세트 A

빠른 정답 (세트 A)

1	2	3	4	5	6	7	8
②	③	3	③	③	①	③	④

1

[풀이 핵심] 원순열의 수

6가지 색 중 4가지 색을 택하는 경우의 수는

$$_6\mathrm{C}_4 = {_6\mathrm{C}_2} = 15$$

택한 4가지 색을 원형으로 배열하는 경우의 수는 원순열이므로

$$(4-1)! = 3! = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$15 \times 6 = \boxed{90}$$

정답 ②

2

[풀이 핵심] 특정 조건(이웃하지 않음): 나머지를 먼저 원형 배열 후 빈자리에 삽입

3학년 학생끼리 이웃하지 않으려면, **3학년이 아닌 3명**을 먼저 원탁에 배치한 후 생기는 빈자리에 3학년을 넣는다.

Step 1. 1학년 2명, 2학년 1명(비3학년) 3명을 원형으로 배열:

$$(3-1)! = 2! = 2\text{가지}$$

Step 2. 3명 사이에 생기는 **3개의 빈자리**에 3학년 3명을 배치:

$$3! = 6\text{가지}$$

따라서

$$2 \times 6 = \boxed{12}$$

정답 ③

3

[풀이 핵심] 중복순열의 계산

$$_2\Pi_{2n} = 2^{2n} = 64 = 2^6$$

밑이 같으므로 지수를 비교하면,

$$2n = 6 \Rightarrow n = \boxed{3}$$

정답 3

4

[풀이 핵심] 조합과 중복순열

전체집합 $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$의 7개의 원소 중 집합 $A \cup B$의 원소가 될 5개를 택하는 경우의 수는

$$_7\mathrm{C}_5 = {_7\mathrm{C}_2} = 21$$

$A \cap B = \varnothing$이므로 앞서 택한 5개의 원소는 각각 집합 A 또는 집합 B 중 한 곳에만 속해야 한다. 이는 2개의 집합 중 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$$_2\Pi_5 = 2^5 = 32$$

따라서 순서쌍 (A,B)의 개수는

$$21 \times 32 = \boxed{672}$$

정답 ③

5

[풀이 핵심] 조건으로 동치류를 구성하고, 독립 결정 원소만 세기

$a = b + 3$인 쌍을 구하면: $(4, 1),\ (5, 2),\ (6, 3)$
이로부터 f의 값이 묶이는 동치류:

$$\{1, 4\}, \quad \{2, 5\}, \quad \{3, 6\}$$

각 동치류 안에서 함숫값이 반드시 같아야 하므로, 실질적으로 독립적으로 결정할 수 있는 원소는 각 동치류의 대표원소인 $\{1, 2, 3\}$ **3개**이다.
각 대표원소에 대해 f의 값은 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 6가지 중 임의의 값을 가질 수 있으므로:

$$6^3 = \boxed{216}$$

정답 ③

6

[풀이 핵심] 양 끝의 색 경우를 나누어 가운데 배열 수 합산 (다항계수 이용)

빨간 공 2개, 노란 공 2개, 흰 공 1개: 총 5개
경우 1. 양 끝이 **빨간**: 가운데 3자리에 빨간 0, 노란 2, 흰 1개 배열

$$\frac{3!}{0! \cdot 2! \cdot 1!} = 3\text{가지}$$

경우 2. 양 끝이 **노란**: 가운데 3자리에 빨간 2, 노란 0, 흰 1개 배열

$$\frac{3!}{2! \cdot 0! \cdot 1!} = 3\text{가지}$$

경우 3. 양 끝이 **흰색**: 흰 공이 1개뿐이므로 불가능
따라서

$$3 + 3 = \boxed{6}$$

정답 ①

7

[풀이 핵심] 특정 순서 조건 → 상대적 순서의 비율 이용

카드 $\{1, 2, 3, 4, 4, 4\}$를 일렬로 나열하는 전체 경우의 수:

$$\frac{6!}{3!} = 120\text{가지}$$

이 중 카드 $1, 2, 3$의 **상대적 순서**만 고려하면, 3가지 카드의 순서는 $3! = 6$가지이다.
"1과 2가 모두 3보다 왼쪽"에 해당하는 순서는 $1 < 2 < 3$과 $2 < 1 < 3$, 즉 **2가지**이다.
따라서 조건을 만족하는 비율은 $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$이고:

$$120 \times \frac{1}{3} = \boxed{40}$$

정답 ③

8

[풀이 핵심] 같은 것이 있는 순열 (독립시행의 위치 역산)

동전을 6번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 a, 뒷면이 나오는 횟수를 b라 하면 $a + b = 6$이다. 점 P가 원점에서 시작하여 $(2, 4)$로 이동하려면 x축의 양의 방향으로 1만큼 a번, y축의 양의 방향으로 1만큼 b번 이동해야 하므로

$$a = 2, \quad b = 4$$

따라서 구하는 경우의 수는 6번의 시행 중 앞면이 2번, 뒷면이 4번 나오는 경우의 수와 같다. 이는 앞면 2개와 뒷면 4개를 일렬로 나열하는 같은 것이 있는 순열의 수와 같으므로

$$\frac{6!}{2! \times 4!} = {}_6\mathrm{C}_2 = \boxed{15}$$

정답 ④

세트 B

빠른 정답 (세트 B)

1	2	3	4	5	6	7	8
③	③	3	③	③	③	③	③

1

[풀이 핵심] 원순열의 수

7가지 색 중 5가지 색을 택하는 경우의 수는

$${}_7\mathrm{C}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = 21$$

택한 5가지 색을 원형으로 배열하는 경우의 수는 원순열이므로

$$(5-1)! = 4! = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$21 \times 24 = \boxed{504}$$

정답 ③

2

[풀이 핵심] 이웃 금지 조건: 나머지를 먼저 원형 배열 → 빈자리에 선택 삽입

3학년 학생끼리 이웃하지 않으려면, **비3학년 4명**을 먼저 원탁에 배치한 후 빈자리에 3학년을 넣는다.

Step 1. 비3학년 4명(1학년 2명, 2학년 2명)을 원형으로 배열:

$$(4-1)! = 3! = 6\text{가지}$$

Step 2. 4명 사이에 생기는 **4개의 빈자리 중 3자리**를 골라 3학년 3명을 배치:

$${}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24\text{가지}$$

따라서

$$6 \times 24 = \boxed{144}$$

정답 ③

3

[풀이 핵심] 중복순열의 계산

$${}_2\Pi_{3n} = 2^{3n} = 512 = 2^9$$

$$3n = 9 \;\Rightarrow\; n = \boxed{3}$$

정답 3

4

[풀이 핵심] 조합과 중복순열

전체집합 $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$의 7개의 원소 중 집합 $A \cup B$의 원소가 될 4개를 택하는 경우의 수는

$${}_7\mathrm{C}_4 = 35$$

$A \cap B = \varnothing$이므로 앞서 택한 4개의 원소는 각각 집합 A 또는 집합 B 중 한 곳에만 속해야 한다. 이는 2개의 집합 중 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_4 = 2^4 = 16$$

따라서 순서쌍 (A, B)의 개수는

$$35 \times 16 = \boxed{560}$$

정답 ③

5

[풀이 핵심] $a = b+2$ 조건으로 동치류 파악 후 독립 결정 원소 수 결정

$a = b+2$인 쌍: $(3,1),\ (4,2),\ (5,3),\ (6,4)$

연쇄적으로 묶으면 동치류:

$$\{1,3,5\}, \quad \{2,4,6\}$$

독립 결정 원소는 각 동치류의 대표 $\{1,2\}$ **2개**이다.

각 원소에 대해 f의 값은 $X = \{1,2,3,4,5,6\}$의 6가지:

$$6^2 = \boxed{36}$$

정답 ③

6

[풀이 핵심] 양 끝의 색 경우를 나누어 가운데 배열 수 합산

빨간 공 3개, 노란 공 3개: 총 6개

경우 1. 양 끝이 **빨간**: 가운데 4자리에 빨간 1, 노란 3개 배열

$$\frac{4!}{1! \cdot 3!} = 4\text{가지}$$

경우 2. 양 끝이 **노란**: 가운데 4자리에 빨간 3, 노란 1개 배열

$$\frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4\text{가지}$$

따라서

$$4 + 4 = \boxed{8}$$

정답 ③

7

[풀이 핵심] 상대 순서의 비율 이용

카드 $\{1, 2, 3, 5, 5, 5, 5\}$의 전체 배열 수:

$$\frac{7!}{4!} = 210\text{가지}$$

카드 $1, 2, 3$의 상대적 순서 $3! = 6$가지 중 "1과 2가 모두 3보다 왼쪽"인 경우: 순서 $1 < 2 < 3$, $2 < 1 < 3$ → **2가지**, 비율 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$$210 \times \frac{1}{3} = \boxed{70}$$

정답 ③

8

[풀이 핵심] 같은 것이 있는 순열 (독립시행의 위치 역산)

동전을 7번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 a, 뒷면이 나오는 횟수를 b라 하면 $a+b=7$이다. 점 P가 원점에서 시작하여 $(6, 4)$로 이동하려면 x축의 양의 방향으로 2만큼 a번, y축의 양의 방향으로 1만큼 b번 이동해야 하므로

$$2a = 6 \implies a = 3, \quad b = 4$$

따라서 구하는 경우의 수는 7번의 시행 중 앞면이 3번, 뒷면이 4번 나오는 경우의 수와 같다. 이는 앞면 3개와 뒷면 4개를 일렬로 나열하는 같은 것이 있는 순열의 수와 같으므로

$$\frac{7!}{3! \times 4!} = {}_7\mathrm{C}_3 = \boxed{35}$$

정답 ③

세트 C

빠른 정답 (세트 C)

1	2	3	4	5	6	7	8
③	③	5	③	②	③	③	③

1

[**풀이 핵심**] 원순열의 수

7가지 색 중 6가지 색을 택하는 경우의 수는

$$ {}_7\mathrm{C}_6 = {}_7\mathrm{C}_1 = 7 $$

택한 6가지 색을 원형으로 배열하는 경우의 수는 원순열이므로

$$ (6-1)! = 5! = 120 $$

따라서 구하는 경우의 수는

$$ 7 \times 120 = \boxed{840} $$

정답 ③

2

[**풀이 핵심**] 이웃 금지 조건: 나머지를 먼저 원형 배열 → 빈자리 전부 채우기

3학년 학생끼리 이웃하지 않으려면, **비3학년 4명**을 먼저 원탁에 배치한 후 빈자리에 3학년을 넣는다.

Step 1. 비3학년 4명(1학년 2명, 2학년 2명)을 원형으로 배열:

$$ (4-1)! = 3! = 6\text{가지} $$

Step 2. 4명 사이에 생기는 **4개의 빈자리 전부**에 3학년 4명을 배치:

$$ 4! = 24\text{가지} $$

따라서

$$ 6 \times 24 = \boxed{144} $$

정답 ③

3

[**풀이 핵심**] 중복순열의 계산

$$ {}_4\Pi_n = 4^n = 1024 = 4^5 $$

$$ n = \boxed{5} $$

정답 5

4

[**풀이 핵심**] 조합과 중복순열

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 6개의 원소 중 집합 $A \cup B$의 원소가 될 4개를 택하는 경우의 수는

$$ {}_6\mathrm{C}_4 = {}_6\mathrm{C}_2 = 15 $$

$A \cap B = \varnothing$이므로 앞서 택한 4개의 원소는 각각 집합 A 또는 집합 B 중 한 곳에만 속해야 한다. 이는 2개의 집합 중 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$$ {}_2\Pi_4 = 2^4 = 16 $$

따라서 순서쌍 (A, B)의 개수는

$$ 15 \times 16 = \boxed{240} $$

정답 ③

5

[**풀이 핵심**] $a = b + 3$ 조건으로 동치류 파악 → 독립 결정 원소 수 결정

$a = b + 3$인 쌍: $(4, 1),\ (5, 2),\ (6, 3)$

동치류:

$$ \{1, 4\}, \quad \{2, 5\}, \quad \{3, 6\} $$

독립 결정 원소는 각 동치류의 대표 $\{1, 2, 3\}$ **3개**이다.

각 대표원소에 대해 f의 값은 공역 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$의 **7**가지:

$$ 7^3 = \boxed{343} $$

정답 ②

6

[풀이 핵심] 양 끝의 색 경우를 나누어 가운데 배열 수 합산 (다항계수 이용)

빨간 공 4개, 노란 공 2개, 흰 공 1개: 총 7개

경우 1. 양 끝이 **빨간**: 가운데 5자리에 빨간 2, 노란 2, 흰 1개 배열

$$\frac{5!}{2!\cdot 2!\cdot 1!}=30\text{가지}$$

경우 2. 양 끝이 **노란**: 가운데 5자리에 빨간 4, 흰 1개 배열

$$\frac{5!}{4!\cdot 1!}=5\text{가지}$$

경우 3. 양 끝이 **흰색**: 흰 공이 1개뿐이므로 불가능

따라서

$$30+5=\boxed{35}$$

정답 ③

7

[풀이 핵심] 상대 순서의 비율 이용

카드 $\{1,2,3,6,6,6,6,6\}$의 전체 배열 수:

$$\frac{8!}{5!}=336\text{가지}$$

카드 $1,2,3$의 상대적 순서 $3!=6$가지 중 "1과 2가 모두 3보다 왼쪽"인 경우: 순서 $1<2<3$, $2<1<3$ → **2가지**, 비율 $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$$336\times\frac{1}{3}=\boxed{112}$$

정답 ③

8

[풀이 핵심] 같은 것이 있는 순열 (독립시행의 위치 역산)

동전을 7번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 a, 뒷면이 나오는 횟수를 b라 하면 $a+b=7$이다. 점 P가 원점에서 시작하여 $(4,9)$로 이동하려면 x축의 양의 방향으로 1만큼 a번, y축의 양의 방향으로 3만큼 b번 이동해야 하므로

$$a=4,\quad 3b=9 \implies b=3$$

따라서 구하는 경우의 수는 7번의 시행 중 앞면이 4번, 뒷면이 3번 나오는 경우의 수와 같다. 이는 앞면 4개와 뒷면 3개를 일렬로 나열하는 같은 것이 있는 순열의 수와 같으므로

$$\frac{7!}{4!\times 3!}={}_7\mathrm{C}_4=\boxed{35}$$

정답 ③