

고1 공통수학-1 이차함수

1. (2021 06 고1 3번)

이차함수 $y = x^2 + 4x + a$ 의 그래프가 x 축과 접할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. (2022 09 고1 12번)

두 상수 a, b 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 에서 x 축과 접할 때, 이차함수 $y = x^2 + bx + a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. (2022 06 고1 10번)

이차함수 $y = x^2 + 2(a - 1)x + 2a + 13$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

4. (2021 09 고1 13번)

직선 $y = x + k$ 가 이차함수 $y = x^2 - 2x + 4$ 의 그래프와 만나고, 이차함수 $y = x^2 - 5x + 15$ 의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. (2022 11 고1 23번)

이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수 k 의 최댓값을 구하시오.

6. (2021 09 고1 23번)

$1 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $f(x) = -(x - 2)^2 + 15$ 의 최솟값을 구하시오.

7. (2025 03 고2 6번)

이차함수 $y = x^2 - 2ax + a + 1$ 의 그래프가 직선 $y = -2x$ 에 접할 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. (2025 06 고1 11번)

두 양수 m, n 에 대하여 직선 $y = mx + 2$ 가 두 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 5, y = x^2 + 4x + n$ 의 그래프에 동시에 접할 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. (2018 09 고1 14번)

x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 4k^2 + k$ 의 그래프와 직선 $y = 2ax + b$ 가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 접할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{3}{16}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{5}{16}$
- ⑤ $\frac{3}{8}$

10. (2020 03 고2 8번)

곡선 $y = 2x^2 - 5x + a$ 와 직선 $y = x + 12$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고 두 교점의 x 좌표의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

11. (2024 09 고1 24번)

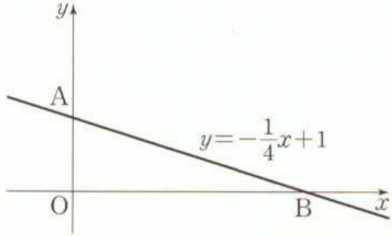
직선 $y = 2x$ 를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 직선이 이차함수 $y = x^2 - 4x + 12$ 의 그래프에 접할 때, 상수 m 의 값을 구하시오.

12. (2024 03 고2 24번)

직선 $y = -x + k$ 가 이차함수 $y = x^2 - 2x + 6$ 의 그래프와 만나도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오.

13. (2017 06 고1 16번)

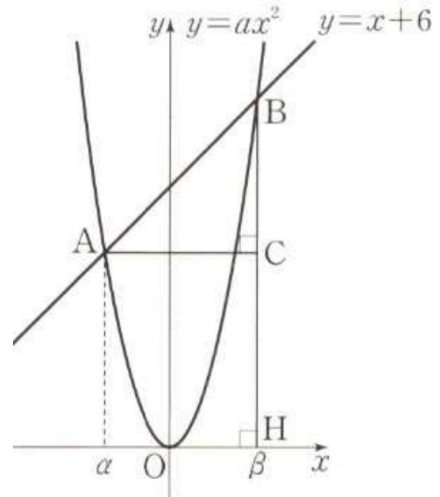
직선 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ 이 y 축과 만나는 점을 A, x 축과 만나는 점을 B라 하자. 점 $P(a, b)$ 가 점 A에서 직선 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ 을 따라 점 B 까지 움직일 때, $a^2 + 8b$ 의 최솟값은?



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

14. (2023 06 고1 17번)

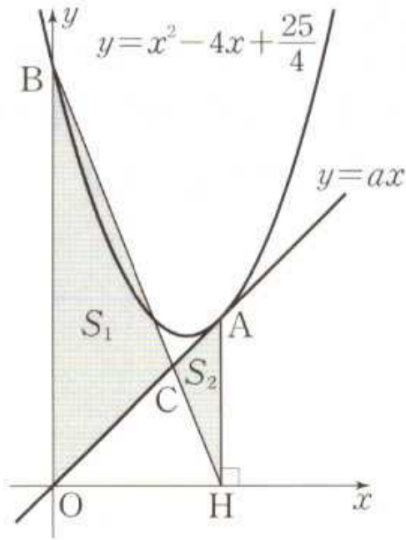
그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 (a > 0)$ 의 그래프와 직선 $y = x + 6$ 이 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 H, 점 A에서 선분 BH에 내린 수선의 발을 C라 하자. $\overline{BC} = \frac{7}{2}$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)



- ① $\frac{23}{4}$ ② $\frac{17}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ 7

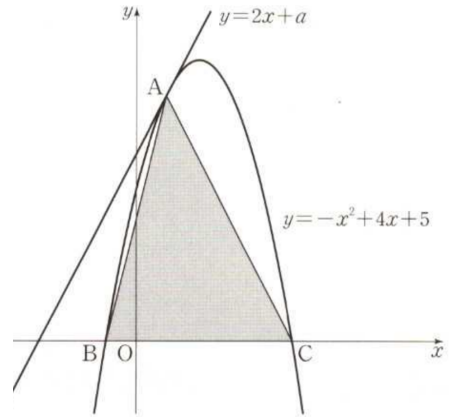
15. (2023 06 고1 28번)

그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 4x + \frac{25}{4}$ 의 그래프가 직선 $y = ax (a > 0)$ 과 한 점에서만 만난다. 이차함수 $y = x^2 - 4x + \frac{25}{4}$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 B, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 OA와 선분 BH가 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 BOC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACH의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



16. (2024 06 고1 14번)

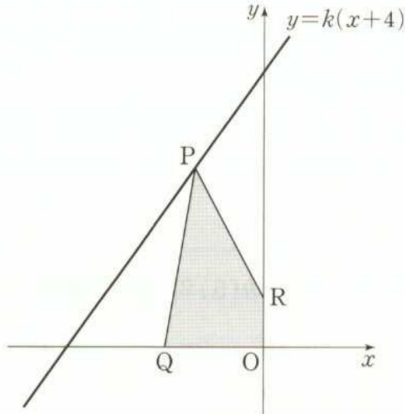
그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + a$ 가 한 점에서만 만난다. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 B, C에 대하여 삼각형 ABC의 넓이는? (단, a 는 상수이다.)



- ① 21
- ② 22
- ③ 23
- ④ 24
- ⑤ 25

17. (2024 09 고1 17번)

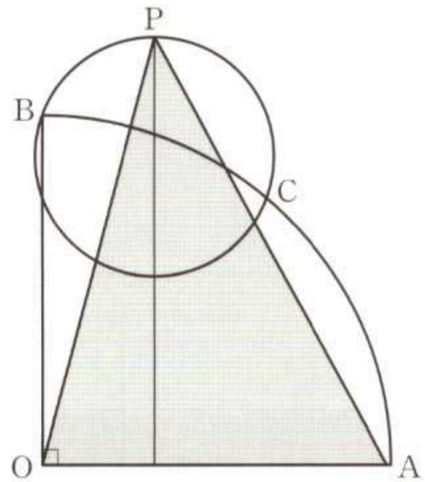
$1 \leq k \leq 3$ 인 실수 k 에 대하여 직선 $y = k(x + 4)$ 위에 x 좌표가 $-k$ 인 점 P 가 있다. 두 점 $Q(-2, 0), R(0, 1)$ 에 대하여 사각형 $PQOR$ 의 넓이의 최댓값은? (단, O 는 원점이다.)



- ① $\frac{9}{2}$
- ② $\frac{75}{16}$
- ③ $\frac{39}{8}$
- ④ $\frac{81}{16}$
- ⑤ $\frac{21}{4}$

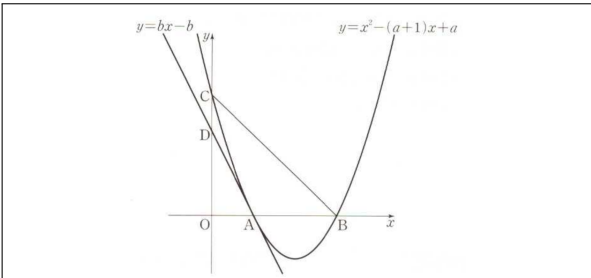
18. (2024 06 고1 29번)

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 C 에 대하여 선분 BC 를 지름으로 하는 원을 그린다. 선분 BC 의 중점을 지나고 직선 OB 에 평행한 직선이 원과 만나는 점 중 점 B 에 가까운 점을 P 라 하자. $\overline{BC} = x$ 일 때, 삼각형 OAP 의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. $S(x)$ 의 최댓값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < x < \sqrt{2}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



19. (2025 06 고1 16번)

두 실수 $a(a > 2), b$ 에 대하여 이차함수 $y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프와 직선 $y = bx - b$ 가 한 점 $A(1,0)$ 에서만 만난다. 함수 $y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B , y 축과 만나는 점을 C , 직선 $y = bx - b$ 가 y 축과 만나는 점을 D 라 하자. 다음은 삼각형 OAD 의 넓이를 S_1 , 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 2 : 7$ 이 되도록 하는 a 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



이차함수 $y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프가 직선 $y = bx - b$ 와 한 점 A 에서만 만나므로 이차방정식

$$x^2 - (a+b+1)x + a+b = 0$$

의 판별식 $D = 0$ 이다.

삼각형 OAD 의 넓이 S_1 과 사각형 $ABCD$ 의 넓이 S_2 를 a 에 대한 식으로 나타내면

$S_1 = \boxed{\text{(가)}}$, $S_2 = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

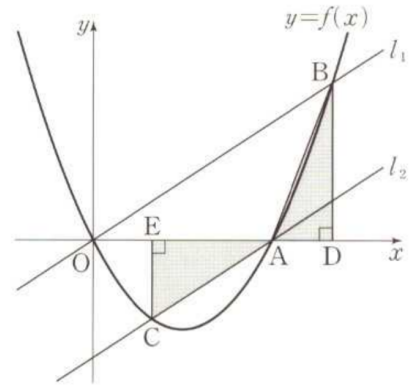
따라서 $S_1 : S_2 = 2 : 7$ 이 되도록 하는 a 의 값은 $a = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(a), g(a)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(5) + g(5) + p$ 의 값은?

- ① $\frac{27}{2}$
- ② $\frac{29}{2}$
- ③ $\frac{31}{2}$
- ④ $\frac{33}{2}$
- ⑤ $\frac{35}{2}$

20. (2025 09 고1 28번)

이차함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 O, A 라 하자. $0 < m < 2$ 인 실수 m 에 대하여 점 O 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l_1 이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 B , 점 A 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l_2 가 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 두 점 B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, 두 삼각형 AEC, ADB 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. $S_1 - S_2$ 의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



21. (2023 03 고2 28번)

자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 이 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프와 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 하자. $\frac{|x_1| + |x_2|}{2}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오.

22. (2024 10 고1 19번)

곡선 $y = -x^2 + 6x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C의 넓이가 8π 이고, 점 A를 지나고 기울기가 1인 직선이 원 C에 접할 때, 직선 AB의 y 절편은?

- ① $\frac{27}{4}$ ② 7 ③ $\frac{29}{4}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{33}{4}$

23. (2024 10 고1 17번)

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(p) = f(q)$ 인 서로 다른 두 정수 p, q 가 존재한다.
 (나) $n \leq x \leq n + 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 곱이 $f(n) \times f(n + 3)$ 의 값과 같지 않도록 하는 모든 자연수 n 의 값은 4, 5, 6이다.

함수 $f(x)$ 의 최솟값이 1일 때, $f(8)$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

24. (2025 06 고1 27번)

두 자연수 a, b 에 대하여 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = (x - a)^2 + 2b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M \leq 36$ 이고 $m \geq 5$ 를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

25. (2017 09 고1 29번)

$2 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 4a^2 + b$ 의 최솟값이 4가 되도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $2a + b$ 의 최댓값을 M 이라 하자. $4M$ 의 값을 구하시오.

26. (2021 11 고1 26번)

$0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 이차함수 $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2$ 의 최솟값이 10일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오.
(단, a 는 양수이다.)

27. (2023 11 고1 17번)

양수 k 에 대하여 이차함수 $f(x) = -x^2 + 4x + k + 3$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 3$ 이 서로 다른 두 점 $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$ 에서 만난다. $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 10일 때, $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. (2024 09 고1 29번)

두 양수 p, q 에 대하여 이차함수 $f(x) = (x - p)^2 + q$ 와 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오.

- (가) $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 m 이고 최댓값은 $m + 4$ 이다.
(나) $0 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 m 이고 최댓값은 $4m$ 이다.

29. (2025 09 고1 16번)

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 두 근의 곱은 4이다. 방정식 $f(x) = -x + 1$ 의 두 근의 차가 2일 때, $f(6)$ 의 값은?

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

30. (2025 09 고1 17번)

이차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 와 일차항의 계수가 12인 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

(가) $f(0) - g(0) = f(2) - g(2) = 3$
(나) 방정식 $f(x) + g(x) = 0$ 이 증근을 갖는다.

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

31. (2025 09 고1 19번)

두 양수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = a(x - b)^2$ 이 있다. 실수 k 에 대하여 $k \leq x \leq k + 2$ 에서 이차함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차를 $g(k)$ 라 할 때, 함수 $g(k)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(3) = a$
(나) $g(2) + g(6) = 32$

$f(6)$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

32. (2022 09 고1 18번)

함수 $f(x) = x^2 + 4x - 3k^2 - 12k + 40$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수와, 함수 $g(x) = x^2 - 12x + 3k^2 - 36k + 96$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수가 서로 같도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19