수학 영역

1. $\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[8]{4}}$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

$2^{\frac{5}{4}-\frac{2}{8}}=2$

2. 함수 $f(x)=x^3+3x^2-5$에 대하여 $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'(1)$

$f'(x)=3x^2+6x$, $f'(1)=9$

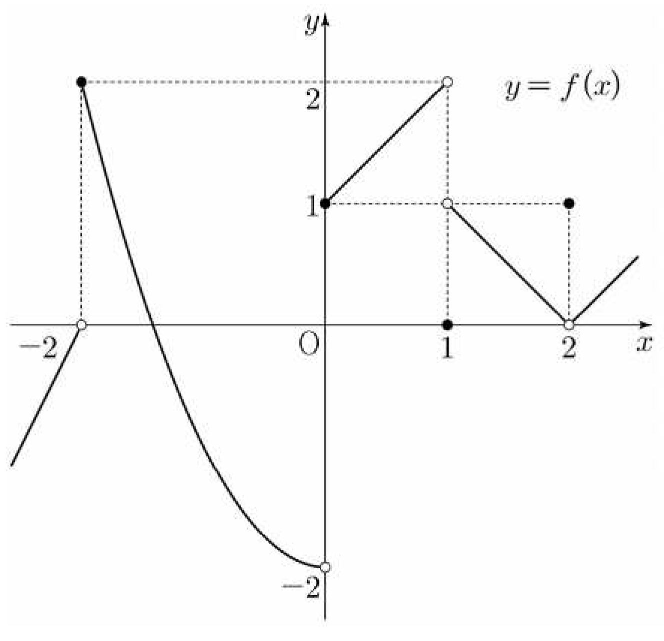
3. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2a_3=2$, $a_4=4$일 때, a_6의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$\dfrac{4}{r^2}\times\dfrac{4}{r}=2$, $r=2$

$a_6=a_4\times r^2=16$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\displaystyle\lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$\displaystyle\lim_{x\to0-}f(x)=-2$, $\displaystyle\lim_{x\to1+}f(x)=1$

$-2+1=-1$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

5. 함수 $f(x)=(x+1)(x^2+x-5)$에 대하여 $f'(2)$의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

$f'(x)=(x^2+x-5)+(x+1)(2x+1)$

$f'(2)=16$

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos(\pi+\theta)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

7. 함수 $f(x)=\begin{cases}(x-a)^2 & (x<4)\\ 2x-4 & (x\geq 4)\end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은?

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$(a-4)^2=4$, $a-4=\pm 2$

$a=6$ or 2, $2\times 6=12$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

8. $a>2$인 상수 a에 대하여 두 수 $\log_2 a$, $\log_a 8$의 합과 곱이 각각 4, k일 때, $a+k$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$\log_2 a+\dfrac{3}{\log_2 a}=4$, $a>2$,
$\log_2 a=3$, $a=8$

$k=\log_2 a\times\dfrac{3}{\log_2 a}=3$

$a+k=11$

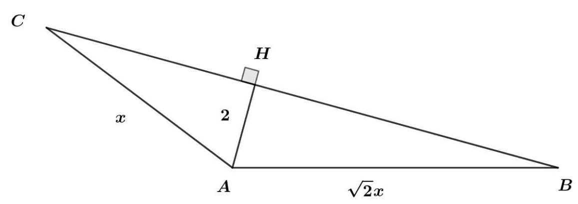
9. 함수 $f(x)=x^2+x$에 대하여 $5\displaystyle\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1(5x+f(x))dx$의 값은?

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{6}$

$$\int_0^1\{4f(x)-5x\}dx$$
$$=\int_0^1\{4x^2-x\}dx=\left[\frac{4}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2\right]_0^1$$
$$=\frac{5}{6}$$

10. $\angle A>\dfrac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB}:\overline{AC}=\sqrt{2}:1$, $\overline{AH}=2$이고, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 50π일 때, 선분 BH의 길이는?

① 6 ② $\dfrac{25}{4}$ ③ $\dfrac{13}{2}$ ④ $\dfrac{27}{4}$ ⑤ 7



$R=5\sqrt{2}$

$\dfrac{x}{\sin B}=2R=10\sqrt{2}$

$\sin B=\dfrac{x}{10\sqrt{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\,x}$, $x^2=20$

$\overline{BH}^2=2x^2-4=36$, $\overline{BH}=6$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치가 각각 $x_1 = t^2 + t - 6$, $x_2 = -t^3 + 7t^2$이다. 두 점 P, Q의 위치가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각 p, q라 할 때, $p - q$의 값은?

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

$t^2 + t - 6 = -t^3 + 7t^2$

$t^3 - 6t^2 + t - 6 = 0$

$(t-6)(t^2+1) = 0$

$a_1(t) = 2$, $a_2(t) = -6t + 14$

$p - q = 2 - (-36 + 14) = 24$

12. 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여 $b_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} a_k$를 만족시킨다. $b_2 = -2$, $b_3 + b_7 = 0$일 때, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 9항까지의 합은?

① -22 ② -20 ③ -18 ④ -16 ⑤ -14

$b_2 = a_1 - a_2 = -d = -2$, $d = 2$

$b_3 = a_1 - a_2 + a_3 = a_1 + 2$
$b_7 = a_1 - a_2 + \cdots + a_7 = a_1 + 6$

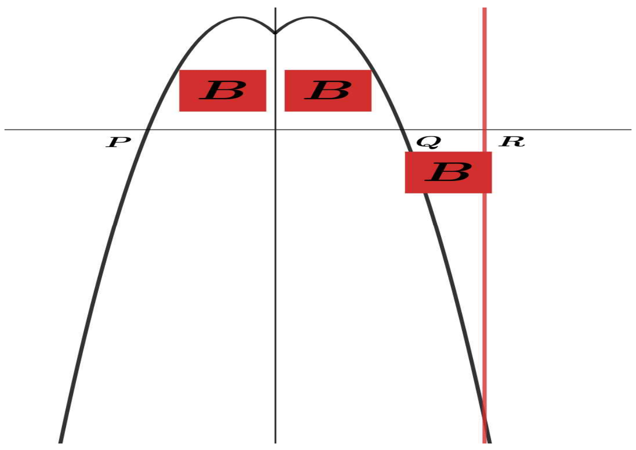
$a_1 = -4$

$\sum_{k=1}^{9} b_k = 9a_1 - 8a_2 + 7a_3 - 6a_4 + \cdots + a_9$
$= (a_1 - 8d) + (a_3 - 6d) + (a_5 - 4d) + (a_7 - 2d) + a_9$
$= 5a_1 = -20$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

13. 함수 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+6 & (x<0)\\ -x^2+2x+6 & (x \ge 0)\end{cases}$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 두 점을 P, Q라 하고, 상수 $k(k>4)$에 대하여 직선 $x=k$가 x축과 만나는 점을 R이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $x=k$및 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $A=2B$일 때, k의 값은?(단, 점 P의 x좌표는 음수이다.)

① $\frac{9}{2}$　② 5　③ $\frac{11}{2}$　④ 6　⑤ $\frac{13}{2}$



$\int_0^k(-x^2+2x+6)dx$

$=-\frac{1}{3}k^3+k^2+6k$

$=-\frac{1}{3}k(k^2-3k-18)$

$=-\frac{1}{3}k(k-6)(k+3)$

$k=6$

14. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=2^x$위의 두 점 A_n, B_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 A_nB_n의 기울기는 3이다.

(나) $\overline{A_nB_n}=n\times\sqrt{10}$

중심이 직선 $y=x$위에 있고 두 점 A_n, B_n을 지나는 원이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 두 점의 x좌표 중 큰 값을 x_n이라 하자. $x_1+x_2+x_3$의 값은?

① $\frac{150}{7}$　② $\frac{155}{7}$　③ $\frac{160}{7}$　④ $\frac{165}{7}$　⑤ $\frac{170}{7}$

$A_1(\alpha,\ 2^\alpha)$, $B_1(\alpha+1,\ 2^{\alpha+1})$

$2^{\alpha+1}-2^\alpha=3,\ \alpha=\log_2 3$

$x_1=2^{\alpha+1}=6$

$A_2(\alpha,\ 2^\alpha)$, $B_2(\alpha+2,\ 2^{\alpha+2})$

$2^{\alpha+2}-2^\alpha=6,\ \alpha=1$

$x_2=2^{\alpha+2}=8$

$A_3(\alpha,\ 2^\alpha)$, $B_3(\alpha+3,\ 2^{\alpha+3})$

$2^{\alpha+3}-2^\alpha=9,\ \alpha=\log_2\frac{9}{7}$

$x_3=2^{\alpha+3}=\frac{72}{7}$

$x_1+x_2+x_3=\frac{170}{7}$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

15. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{1}^{x} tf(t)dt + \int_{-1}^{x} tg(t)dt = 3x^4 + 8x^3 - 3x^2$
(나) $f(x) = xg'(x)$

$\int_{0}^{3} g(x)dx$의 값은?

① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

$xf(x) + xg(x) = 12x^3 + 24x^2 - 6x$

$xg'(x) + g(x) = 12x^2 + 24x - 6$

$xg(x) = 4x^3 + 12x^2 - 6x$

$g(x) = 4x^2 + 12x - 6$

$\int_{0}^{3}(4x^2 + 12x - 6)dx$
$= \left[\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 6x\right]_{0}^{3} = 72$

16. 방정식 $\log_3(x+2) - \log_{\frac{1}{3}}(x-4) = 3$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오.

$x > 4$

$\log_3(x+2)(x-4) = 3$

$(x+2)(x-4) = 27$

$x = 7$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 2x + 1$ 이고 $f(0) = 1$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

$f(x) = 2x^3 + x^2 + x + 1$

$f(1) = 5$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} ka_k = 36$, $\sum_{k=1}^{9} ka_{k+1} = 7$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.

$\sum_{k=1}^{10} ka_k = a_1 + 2a_2 + \cdot\cdot\cdot + 10a_{10}$

$\sum_{k=1}^{9} ka_{k+1} = a_2 + 2a_3 + \cdot\cdot\cdot + 9a_{10}$

$\sum_{k=1}^{10} a_k = 36 - 7 = 29$

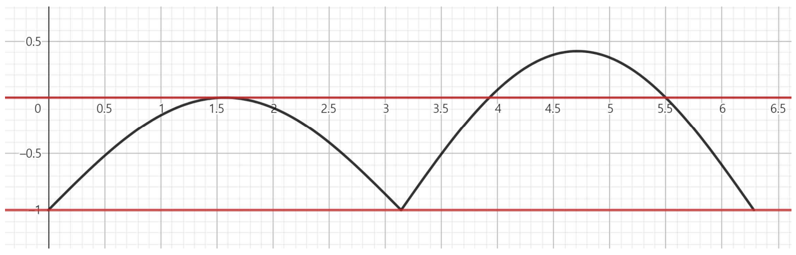
19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + b$는 $x = 1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 28일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 9$, $f'(1) = 0$, $a = 3$
$f'(x) = 3(x-1)(x+3)$

$f(-3) = -27 + 27 + 27 + b = 28$, $b = 1$

$a + b = 4$

20. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수
$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & (0 \le x < \pi) \\ -\sqrt{2}\sin x - 1 & (\pi \le x \le 2\pi) \end{cases}$$
가 있다. $0 \le t \le 2\pi$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x) = f(t)$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 t의 값의 합은 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



$0 + \frac{\pi}{2} + \pi + 2 \times \frac{\pi + 2\pi}{2} + 2\pi = \frac{13}{2}\pi$

15

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 정수 k에 대하여 $2k-8 \le \dfrac{f(k+2)-f(k)}{2} \le 4k^2+14k$를 만족시킬 때, $f'(3)$의 값을 구하시오.

$4k^2+14k=2k-8$

$4k^2+12k+8$
$=4(k^2+3k+2)$
$=4(k+1)(k+2)$

$f(1)-f(-1)=-20$
$f(0)-f(-2)=-24$

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

$f(1)-f(-1)=2+2b=-20$,
$b=-11$
$f(0)-f(-2)=-(4a+14)=-24$,
$a=\dfrac{5}{2}$

$f(x)=x^3+\dfrac{5}{2}x^2-11x+c$

$f'(x)=3x^2+5x-11$

$f'(3)=31$

22. 양수 k에 대하여 $a_1=k$인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$\left(a_{n+1}-a_n+\dfrac{2}{3}k\right)(a_{n+1}+ka_n)=0$ 이다.

$a_5=0$이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k에 대하여 k^2의 값의 합을 구하시오.

$a_{n+1}-a_n=-\dfrac{2}{3}k$ or $a_{n+1}=-ka_n$

a_5	a_4	a_3	a_2
0	0	0	
		$\dfrac{2}{3}k$	$-\dfrac{2}{3}$
			$\dfrac{4}{3}k$

$a_3=0$ 이면 $a_2 \times a_3=0$ 이므로 문제의 조건에 맞지 않다.

$a_2=-\dfrac{2}{3}$ 인 경우

$a_2=-\dfrac{2}{3}=-k^2$, $k^2=\dfrac{2}{3}$

$a_2=-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}k$, $k=-2$ 는 k가 양수이므로 문제의 조건에 맞지 않다.

$a_2=\dfrac{4}{3}k$ 이면 $a_2 \times a_3 > 0$ 이므로 문제의 조건에 맞지 않다.

a_5	a_4	a_3	a_2
0	$\dfrac{2}{3}k$	$-\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{2}{3k}$
			$-\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}k$
		$\dfrac{4}{3}k$	$-\dfrac{4}{3}$
			$2k$

$a_2=\dfrac{2}{3k}$, $a_2=\dfrac{2}{3k}=-k^2$ 이면 $k<0$이므로 문제의 조건에 맞지 않다.

$a_2=\dfrac{2}{3k}=\dfrac{1}{3}k$, $k^2=2$

$a_2=-\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}k=-k^2$ 이면 $a_2 \times a_3 > 0$ 이므로 문제의 조건에 맞지 않다.

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

$a_2=-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}k=\frac{1}{3}k,\ k=2$

$a_2=-\frac{4}{3}=-k^2,\ k^2=\frac{4}{3}$

$a_2=-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}k,\ k=-4<0$ 문제의 조건에 맞지 않다.

나머지 경우는 $a_2\times a_3>0$ 이므로 문제의 조건에 맞지 않다.

$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}+2^2+2=8$

23. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x}=5$

24. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한함수 $f(x)$가 있다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 기울기는 $\frac{1}{t}+4e^{2t}$이다. $f(1)=2e^2+1$일 때, $f(e)$의 값은?

① $2e^{2e}-1$ ② $2e^{2e}$ ③ $2e^{2e}+1$
④ $2e^{2e}+2$ ⑤ $2e^{2e}+3$

$f'(x)=\frac{1}{x}+4e^{2x}$

$f(x)=\ln x+2e^{2x}+1$

$f(e)=2+2e^{2e}$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

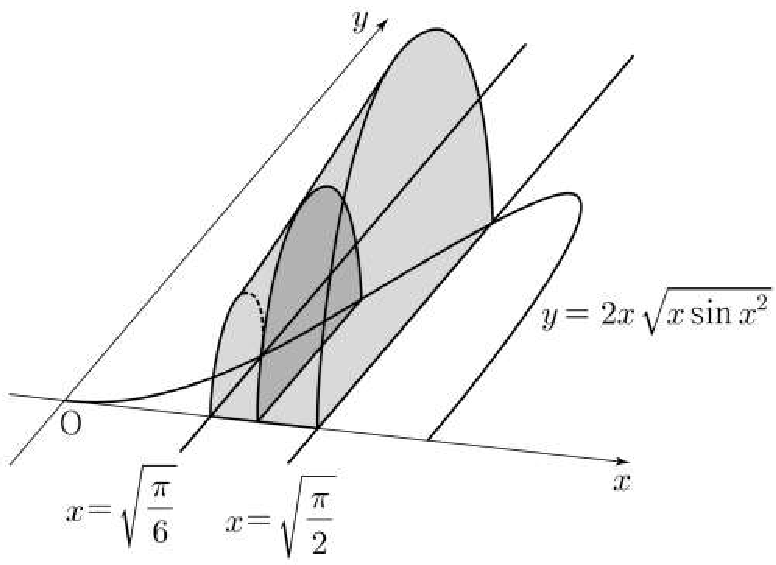
25. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{4^n\times a_n-1}{3\times 2^{n+1}}=1$일 때, a_1+a_2의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

$a_n=6\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$a_1+a_2=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y=2x\sqrt{x\sin x^2}\,(0\le x\le\sqrt{\pi})$와 x축 및 두 직선 $x=\sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체도형의 부피는?



① $\frac{\pi^2+6\pi}{48}$ ② $\frac{\sqrt{2}\pi^2+6\pi}{48}$ ③ $\frac{\sqrt{3}\pi^2+6\pi}{48}$

④ $\frac{\sqrt{2}\pi^2+12\pi}{48}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}\pi^2+12\pi}{48}$

$\frac{\pi}{2}\int_{\sqrt{\frac{\pi}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}x^3\sin x^2dx$

$x^2=t$

$\frac{\pi}{2}\int_{\sqrt{\frac{\pi}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}x^3\sin x^2dx=\frac{\pi}{4}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}t\sin t\,dt$

$=\frac{\pi}{4}\left\{\left[-t\cos t\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,dt\right\}$

$=\frac{\pi}{4}\left[-t\cos t+\sin t\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\sqrt{3}\pi^2+6\pi}{48}$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+f\left(\frac{1}{2}\sin x\right)=\sin x$를 만족시킬 때, $f'(\pi)$의 값은?

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

$f'(x)+f'\left(\frac{1}{2}\sin x\right)\times\frac{1}{2}\cos x=\cos x$

$f'(\pi)+f'(0)\times\frac{1}{2}(-1)=-1$

$f'(0)+\frac{1}{2}f'(0)=1,\ f'(0)=\frac{2}{3}$

$f'(\pi)=-\frac{2}{3}$

28. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를 $g(x)=f'(2x)\sin\pi x+x$라 하자. 함수 $g(x)$는 역함수 $g^{-1}(x)$를 갖고 $\int_0^1 g^{-1}(x)dx=2\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x dx+\frac{1}{4}$을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\cos\frac{\pi}{2}x dx$의 값은?

① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$ ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

$\int_0^2 f(x)\cos\frac{\pi}{2}x dx=2\int_0^1 f(2x)\cos\pi x dx$

$=2\left\{\left[\frac{1}{\pi}f(2x)\sin\pi x\right]_0^1-\frac{2}{\pi}\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x dx\right\}$

$=-\frac{4}{\pi}\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x dx$

$\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x dx$

$=\frac{1}{2}\int_0^1 g^{-1}(x)dx-\frac{1}{8}$

$=\int_0^1\{g(x)-x\}dx$

$=1-\int_0^1 g^{-1}(x)dx-\frac{1}{2}$

$\int_0^1 g^{-1}(x)dx=\frac{5}{12}$

$-\frac{4}{\pi}\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x dx$

$=-\frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{12}-\frac{1}{8}\right)=-\frac{1}{3\pi}$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

29. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 m항까지의 합을 S_m이라 하자. 모든 자연수 m에 대하여 $S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m+1}{n(n+m+1)}$일 때, $a_1 + a_{10} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

$$a_1 = S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$$
$$= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{11}{n(n+11)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n(n+10)}$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+11} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n+10}\right)$$
$$= \frac{1}{11}$$

$$a_1 + a_{10} = \frac{3}{2} + \frac{1}{11} = \frac{35}{22}$$

$p+q=57$

30. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x) = (k - |x|)e^{-x}$이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $F(x)$에 대하여 $F(0)$의 최솟값을 $g(k)$라 하자.

모든 실수 x에 대하여 $F'(x) = f(x)$이고 $F(x) \geq f(x)$이다.

$g\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{3}{2}\right) = pe + q$일 때, $100(p+q)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \to \infty} xe^{-x} = 0$이고, p와 q는 유리수이다.)

$$f(x) = \begin{cases} (k+x)e^{-x} & (x<0) \\ (k-x)e^{-x} & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} -(k+1+x)e^{-x} + C & (x<0) \\ (x+1-k)e^{-x} + C - 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$F(x) - f(x) = \begin{cases} -(2k+1+2x)e^{-x} + C & (x<0) \\ (2x-2k+1)e^{-x} + C - 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$F'(x) - f'(x) = \begin{cases} (2x+2k-1)e^{-x} & (x<0) \\ (-2x+2k+1)e^{-x} & (x \geq 0) \end{cases}$$

$k = \frac{1}{4}$일 때

$$F(x) = \begin{cases} -\left(\frac{5}{4} + x\right)e^{-x} + C & (x<0) \\ \left(x + \frac{3}{4}\right)e^{-x} + C - 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

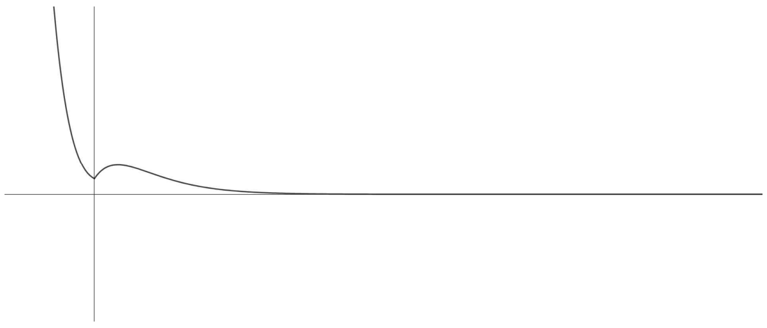
$$F(x) - f(x) = \begin{cases} -\left(\frac{3}{2} + 2x\right)e^{-x} + C & (x<0) \\ \left(2x + \frac{1}{2}\right)e^{-x} + C - 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$F'(x) - f'(x) = \begin{cases} \left(2x - \frac{1}{2}\right)e^{-x} & (x<0) \\ \left(-2x + \frac{3}{2}\right)e^{-x} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이므로 $x \to \infty$, $F(x) - f(x) \geq 0$, $C \geq 2$

$$g\left(\frac{1}{4}\right) = F(0) = \frac{3}{4}$$

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.



$k=\frac{3}{2}$일 때

$$F(x)=\begin{cases}-\left(\frac{5}{2}+x\right)e^{-x}+C & (x<0)\\ \left(x-\frac{1}{2}\right)e^{-x}+C-2 & (x\geq 0)\end{cases}$$

$$F(x)-f(x)=\begin{cases}-(4+2x)e^{-x}+C & (x<0)\\ (2x-2)e^{-x}+C-2 & (x\geq 0)\end{cases}$$

$$F'(x)-f'(x)=\begin{cases}(2x+2)e^{-x} & (x<0)\\ (-2x+4)e^{-x} & (x\geq 0)\end{cases}$$

이므로 $F(x)-f(x)$는 $x=-1$에서 극솟값을 갖고

$-2e+C\geq 0$, $C\geq 2e$

$g\left(\frac{3}{2}\right)=F(0)=-\frac{5}{2}+2e$

$g\left(\frac{1}{4}\right)+g\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{7}{4}+2e$

$100(p+q)=25$

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.