

# 수열 고난도

## ## 2025 기출 문제

120. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_2 = -a_1$ 이고,  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n} \text{이 자연수이고 } a_n > 0 \text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_{15} = 1$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 곱을 구하시오.

121. 양수  $k$ 에 대하여  $a_1 = k$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0 \text{이다.}$$

$a_5 = 0$ 이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수  $k$ 에 대하여  $k^2$ 의 값의 합을 구하시오.

122. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오.

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수}) \end{cases}$$
  
 (나)  $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수  $m$ 의 최솟값은 3이다.

**## 2024 기출 문제**

123. 자연수  $k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합을 구하시오.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
이다.

124. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합을 구하십시오.

125. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases} \text{를}$$

만족시킬 때,  $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합을 구하십시오.

**## 2023 기출 문제**

126. 자연수  $k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$  이 있다.  
 $a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합을 구하시오.

$a_1 = 0$ 이고 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases} \text{이다.}$$

127. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수  $k$ 에 대하여  $a_{4k} = r^k$ 이다.

(단,  $r$ 는  $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나)  $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases} \text{이다.}$$

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100이하의 자연수  $m$ 의 개수를  $p$ 라 할 때,  $p + a_1$ 의 값을 구하시오.

128. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_9$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라할 때,  $M+m$ 의 값을 구하시오.

(가)  $a_7 = 40$ 이다.

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

## 2022 기출 문제

129. 수열  $\{a_n\}$ 은  $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_5 + a_6 = 0$ 이고

$\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은?

- ①  $\frac{9}{2}$     ② 5    ③  $\frac{11}{2}$     ④ 6    ⑤  $\frac{13}{2}$