

수학 영역

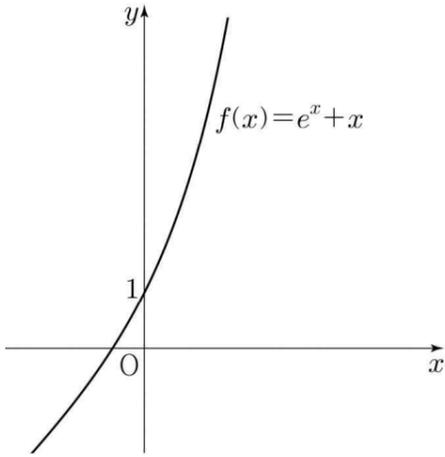
제 2 교시

1

1. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times \{g'(\alpha)\} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

2. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 와 양수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y = f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $a \times g'(a) = -\frac{q}{p}\sqrt{e}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

3. 함수 $f(x) = e^x + x$ 가 있다. 양수 t 에 대하여 점 $(t, 0)$ 과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x = s$ 에서 최소일 때, 실수 $f(s)$ 의 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 의 역함수를 $h(t)$ 라 할 때, $h'(1)$ 의 값을 구하시오.



4. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = t^3 \ln(x-t)$ 가 곡선 $y = 2e^{x-a}$ 과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값을 $f(t)$ 라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$ 의 값을 구하시오.

5. 실수 t 에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 하자. $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수 a 에 대하여 $f'(a) = -\frac{q}{p}e\sqrt{e}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

6. 길이가 10인 선분 AB 를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{AC} = 4$ 인 점 C 가 있다. 이 원 위의 점 P 를 $\angle PCB = \theta$ 가 되도록 잡고, 점 P 를 지나고 선분 AB 에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 삼각형 PCQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

