수학 영역

제 2 교시

1. $\left(\sqrt[3]{-3}\right)^6 \times 27^{-\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

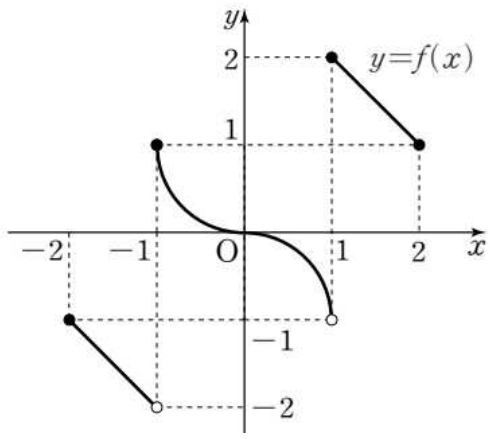
2. $f(x)=(x-2)(x+2)^2$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

3. 등비수열 $\{a_n\}$이 $a_2+a_3+a_4=112$, $a_3+a_4+a_5=56$을 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 128 ② 120 ③ 112 ④ 104 ⑤ 96

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

5. 함수 $f(x)=x^2-3x+1$에 대하여 닫힌 구간 $[1,4]$에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

6. $0<\theta<\frac{\pi}{4}$인 θ에 대하여 $\frac{1}{\sin\theta}-\frac{1}{\cos\theta}=\frac{5}{12}$일 때, $\cos\theta-\sin\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

7. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}x+a & (x<1)\\ x^2-2x-1 & (1\le x<3)\\ bx+1 & (x\ge 3)\end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

8. 1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 x에 대한 다항식 $\left(x+\log_b 3b^2\right)\left(x+\log_3 45\right)\left(x+\log_5 25a\right)$을 $x+2$로 나눈 나머지가 4일 때, $a^{\log_b 4}$의 값은? [3점]

① 128 ② $128\sqrt{2}$ ③ 256 ④ $256\sqrt{2}$ ⑤ 512

9. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf(x)=4x^3-(4a+2)x^2+a+1+\int_x^1 f(t)dt$를 만족시킨다. $5f(1)=9\int_0^1 f(t)dt$일 때, $a-f'(1)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. $\angle A=\frac{2}{3}\pi$, $\overline{BC}=13$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 BC 위에 $\angle CAD=\angle BAD$가 되도록 점 D를 잡는다. 삼각형 ABD의 넓이와 삼각형 ACD의 넓이의 비가 7 : 8일 때, $\overline{AD}+\overline{BD}$의 값은? [4점]

① $\frac{46}{5}$ ② $\frac{47}{5}$ ③ $\frac{48}{5}$ ④ $\frac{49}{5}$ ⑤ 10

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

11. 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t>0)$에서의 속도가 각각 $v_1(t)=t(8-t)$, $v_2(t)=a(b-t)$ (단, $a>0, b>0$ 이다.) 일 때, 두 점 P, Q는 원점에서만 만난다. 이때, $a+b$의 값은? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{9}|a_n|$의 값은? [4점]

(가) $a_n \times a_{n+1} < 0$

(나) $|a_{n+1}|=|a_n|+2$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{9} a_n = 12$

① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

13. 닫힌구간 $[0,1]$에서 함수 $f(x)$가 $f(x)=(x-1)^3+2$이다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^7 g(x)dx$값은? 〔4점〕

(가) $g(x)=\begin{cases} f(x) & (0 \le x < 1) \\ -f(x-1)+3f(0) & (1 \le x < 2) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=g(x)$,
$g(2+x)+g(2-x)=2g(2)$이다.

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

14. 직선 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$가 두 함수 $y=\log_a x+2$, $y=\log_a(x-4)\,(a>1)$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선$y=\log_a(x-4)$과 만나는 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C는 선분 AC를 지름으로 하는 원 위에 있을 때, 삼각형 ABC의 넓이를 S 라 하자. $a^2\times S$의 값은? 〔4점〕

① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

15. 원점을 지나는 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3\sqrt{3})$의 값은? 〔4점〕

(가) 삼차함수 $f(x)$는 $x=\sqrt{3}\pm1$에서 극값을 갖는다.
(나) 점 $(0, k)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 k의 값의 범위는 $0<k<9$이다.

① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

16. 방정식 $\log_2(x+6)-\log_{\frac{1}{2}}(x-6)=6$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오.〔3점〕

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=|x-3|+3x$일 때, $f(5)-f(1)$의 값을 구하시오.〔3점〕

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

18. 모든 자연수 n에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 $a_n+a_{n+1}=n$을 만족시킨다. $a_{21}=7$일 때, $\sum_{k=1}^{20} k(a_{k+1}-a_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x)=x^4-8x^3+ax^2+b$는 $x=4$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 20일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

20. $0 \le x \le 2\pi$일 때, 2 이상의 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=\cos x$, $y=\cos(nx)$의 교점의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=2}^{11} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.

21. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(t)dt$의 최댓값은 M이다. $60M$의 값을 구하시오. 〔4점〕

(가) $f'(x)=x^2-2x\int_0^2 f(t)dt$

(나) 닫힌구간 $[0, 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 최댓값을 갖는다.

22. 첫째항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n \le 1) \\ a_n-1 & (a_n>1) \end{cases}$을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{4} a_n=\frac{15}{4}$이다. a_1의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)〔4점〕

이 문제지에 관한 저작권은 도곡동 막샘에게 있습니다.