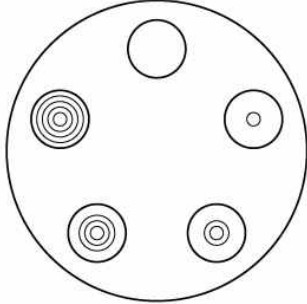
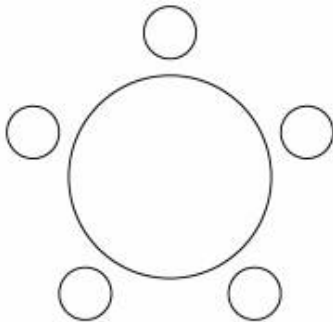


1. 서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



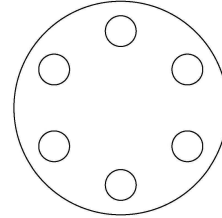
$$\frac{5!}{5} = 24$$

2. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



$${}_6C_3 \times \frac{4!}{4} \times 2 = 240$$

3. 그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F를 이 실험 기구에 모두 넣을 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

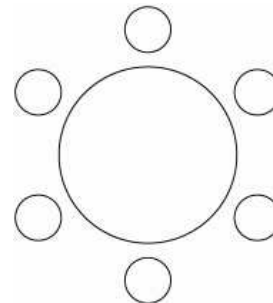


- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

$$\frac{5!}{5} \times 2! = 48$$

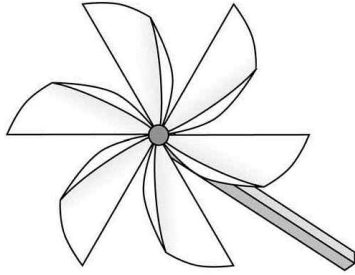
4. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- (가) A와 B는 이웃한다.
(나) B와 C는 이웃하지 않는다.



$$2 \times 3 \times 3! = 36$$

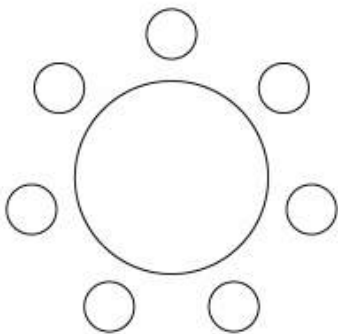
5. 빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여, 날개가 6개인 바람개비의 각 날개에 색칠하려고 한다. 빨간색과 파란색을 서로 맞은편의 날개에 칠하는 경우의 수는? (단, 각 날개에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

$4! = 24$

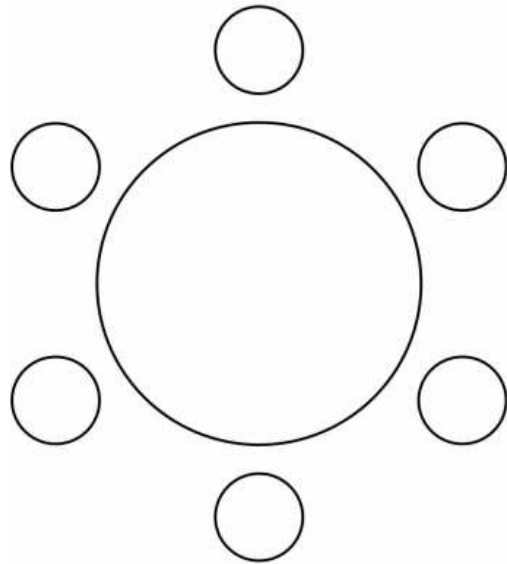
6. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



$\frac{5!}{5} \times 2 \times 2 = 96$

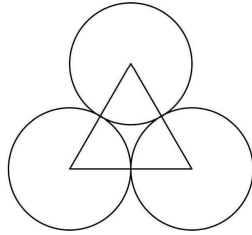
7. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A, C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- ① 24 ② 30 ③ 36
④ 42 ⑤ 48



C는 A, B와 모두 이웃하지 않으므로 A, B제외한 3명의 학생 중 두 명을 C옆에 앉히는 방법의 수는 ${}_3P_2=6$ 이고 3명을 묶어 한 명으로 생각하고 이와 나머지 3명이 원탁에 앉는 방법의 수는 $(4-1)!=3!=6$ 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

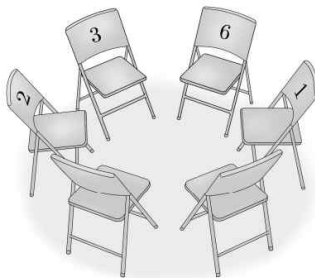
8. 그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 1260 ② 1680 ③ 2520
④ 3760 ⑤ 5040

$$\frac{7!}{3} = 1680$$

9. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



$$\frac{6!}{6} - \left\{ \left(\frac{5!}{5} \times 2 \right) + \left(\frac{5!}{5} \times 2 \right) - \left(\frac{4!}{4} \times 2 \times 2 \right) \right\} = 48$$

10. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락 하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는?

- ① 115 ② 120 ③ 125 ④ 130 ⑤ 135

$${}_5P_3 = 125$$

11. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오.

$$3^4 - 2^4 - 4 \times 2^3 = 33$$

12. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 4000이상인 홀수의 개수를 구하시오.

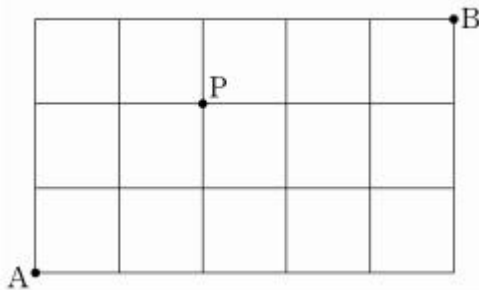
$$2 \times 5^2 \times 3 = 150$$

13. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 2가 적혀 있는 카드는 4가 적혀 있는 카드보다 왼쪽에 나열하고 홀수가 적혀 있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는?

① 56 ② 60 ③ 64 ④ 68 ⑤ 72

$$\frac{6!}{2!} = 60$$

14. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



$$\frac{4!}{2!2!} \times \frac{4!}{3!} = 24$$

15. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는?(단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.)

① 233 ② 228 ③ 222
④ 215 ⑤ 211

$${}_3H_5 - 3 - 2 \times 3! = 228$$

16. 5개의 문자 a, a, a, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

$$\frac{5!}{3!} = 20$$

17. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

$$\frac{6!}{3!2!} = 60$$

18. 다음 표와 같이 3개 과목에 각각 2개의 수준으로 구성된 6개의 과제가 있다. 각 과목의 과제는 수준 I의 과제를 제출한 후에만 수준 II의 과제를 제출할 수 있다. 예를 들어 '국어 A → 수학 A → 국어 B → 영어 A → 영어 B → 수학 B' 순서로 과제를 제출할 수 있다.

과목 \ 수준	국어	수학	영어
I	국어A	수학A	영어A
II	국어B	수학B	영어B

6개의 과제를 모두 제출할 때, 제출 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

$$\frac{6!}{2!2!2!} = 90$$

19. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오.

$$a, a, b, b \text{ or } a, a, c, c$$

$$2 \times \frac{4!}{2!2!} = 12$$

$$a, a, b, c$$

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

$$a, a, a, b \text{ or } a, a, a, c$$

$$2 \times \frac{4!}{3!} = 8$$

$$a, a, a, a$$

$$1$$

33

20. 세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는?

- ① 58 ② 56 ③ 54 ④ 52 ⑤ 50

$${}_3P_4 - ({}_2P_4 - 1) - ({}_2P_4 - 1) - 1 = 50$$

21. 서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D 에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

- ① 1024 ② 1034 ③ 1044
④ 1054 ⑤ 1064

$${}_4P_5 = 4^5 = 1024$$

22. 서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C 에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A 에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.)

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

$${}_5C_2 \times {}_2P_3 = 80$$

23. 네 문자 a, b, X, Y 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하려고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수를 구 하 시 오 .

- (가) 양 끝 모두에 대문자가 나온다.
(나) a 는 한 번만 나온다.

$$2^2 \times 4 \times 3^3 = 432$$

24. 육군사관학교 모자 3개, 해군사관학교 모자 2개, 공군사관학교 모자 3개가 있다. 이 8개의 모자를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 사관학교의 모자가 놓이도록 나열하는 경우의 수는?(단, 같은 사관학교의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

- ① 360 ② 380 ③ 400
④ 420 ⑤ 440



8개의 모자를 모두 일렬로 나열하는 방법의

수는 $\frac{8!}{3! \times 2! \times 3!} = 560$ 이고

양 끝에 모두 육군사관학교의 모자가

놓이도록 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2! \times 3!} = 60$

양 끝에 모두 해군사관학교의 모자가

놓이도록 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{3! \times 3!} = 20$

양 끝에 모두 공군사관학교의 모자가

놓이도록 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2! \times 3!} = 60$

이므로

8개의 모자를 모두 일렬로 나열할 때, 양

끝에는 서로 다른 사관학교의 모자가

놓이도록 나열하는 경우의 수는

$$560 - (60 + 20 + 60) = 420$$

25. 네 명의 학생 A, B, C, D 에게 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 공책 5권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

(가) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4 이상이다.
 (나) 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1 명뿐이다.

(i) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4인 경우 B, C, D 세 명의 학생 중 한 명은 연필을 받게 되므로 연필을 나눠 주는 경우의 수는

$${}_3C_1$$

공책 5권을 4명의 학생에게 나눠주는 경우는 수는 ${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56$

공책보다 연필을 더 많이 받는 학생이 2인 경우의 수는

$$\begin{aligned} & A \text{가 공책을 3권 이하 받고 연필을 받은 한 명의 학생이 공책을 받지 않는 경우이므로} \\ & {}_2H_2 + {}_2H_3 + {}_2H_4 + {}_2H_5 = {}_3C_2 + {}_4C_3 + {}_5C_4 + {}_6C_5 \\ & = {}_3C_1 + {}_4C_1 + {}_5C_1 + {}_6C_1 = 18 \end{aligned}$$

공책보다 연필을 더 많이 받는 학생이 0인 경우의 수는

A가 공책 4권을 받고 연필을 받은 한 명의 학생이 공책을 받는 경우이므로 그 경우의 수는 1

따라서 학생 A가 받는 연필의 개수는 4이면서 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생이 1명뿐인 경우의 수는

$${}_3C_1 \times \{56 - (18 + 1)\} = 111$$

(i) 학생 A가 받는 연필의 개수는 5인 경우 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1 명뿐이므로 학생 A는 공책보다 연필을 더 많이 받아야 한다. 따라서 공책 5권을 4명의 학생에게 나눠주는 경우는 수에서 A가 공책 5권을 모두 받는 경우를 제외해주면 되므로 그 경우의 수는 ${}_4H_5 - 1 = 56 - 1 = 55$
 따라서 구하는 경우의 수는 $111 + 55 = 166$

26. 숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한번 씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하자. 예를 들어 그림과 같이 나열한 경우 $a=3, b=1, c=1, d=3, e=0, f=2$ 이다.



$a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되도록 카드를 나열하는 경우의 수는?(단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

- ① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드 중에서 홀수가 2장, 짝수가 5장이고

서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 숫자의 차가 홀수가 되는 경우는 홀수와 짝수 또는 짝수와 홀수가 이웃하는 경우이고 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 숫자의 차가 짝수가 되는 경우는 그 이외의 경우이다.

$a+b+c+d+e+f$ 의 값이

홀수가 되는 경우는



위의 예시처럼 한쪽 끝에만 1이 오는 경우
이므로 전체의 경우에서 위의 두 가지
케이스를 제외하면 된다.

숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드를 나열하는 방법의 수는

$$\frac{7!}{2! \times 2! \times 3!} = 210 \text{이고}$$

왼쪽 끝에만 1이 오는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \times 3!} - \frac{5!}{2! \times 3!} = 60 - 10 = 50$$

오른쪽 끝에만 1이 오는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \times 3!} - \frac{5!}{2! \times 3!} = 60 - 10 = 50$$

이므로

따라서 $a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되도록 카드를 나열하는 경우의 수는

$$210 - (50 + 50) = 110$$

27. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=8$ 을 만족시키는 함수 f 의 개수는?

- ① 137 ② 141 ③ 145
④ 149 ⑤ 153

$f(1)=a, f(2)=b, f(3)=c, f(4)=d$ 라 하면
함수 f 의 개수는 $a+b+c+d=8$ (단,
 $0 \leq a \leq 6, 0 \leq b \leq 6, 0 \leq c \leq 6,$
 $0 \leq d \leq 6$)을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d) 의
개수와 같다.

(i) a, b, c, d 중에서 0이 없는 경우
 $a=a'+1, b=b'+1, c=c'+1,$
 $d=d'+1$ 라 하면
(단, a', b', c', d' 는 음이 아닌 정수)
 $(a'+1)+(b'+1)+(c'+1)+(d'+1)=8$
 $a'+b'+c'+d'=4$ 이므로
 ${}_4H_4 = {}_{4+4-1}C_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = 35$

(ii) a, b, c, d 중에서 0이 한 개인 경우
0을 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_1 = 4$
 $d=0$ 이라 가정하면
 $a+b+c=8$
 $a=a'+1, b=b'+1, c=c'+1$ 라 하면
 $(a'+1)+(b'+1)+(c'+1)=8$
 $a'+b'+c'=5$
 ${}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$
따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 21 = 84$

(iii) a, b, c, d 중에서 0이 두 개인 경우
0을 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_2 = 6$
 $c=0, d=0$ 이라 가정하면

$0 \leq a \leq 6, 0 \leq b \leq 6$ 을 만족하면서
 $a+b=8$ 인 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(2, 6),$
 $(3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$ 이고 그 개수는
5이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 5 = 30$

(i) ~ (iii)에 의하여

함수 f 의 개수는 $35 + 84 + 30 = 149$