

9. 1이 아닌 두 양수 a, b 가 $\log_{\sqrt{a}}4 = \log_b8$ 를 만족시킬 때, $\log_b\sqrt{a} + \log_{ab}a^2b^3$ 의 값은?

- ① $\frac{62}{21}$ ② 3
 ③ $\frac{64}{21}$ ④ $\frac{65}{21}$
 ⑤ $\frac{22}{7}$

$$\log_{\sqrt{a}}4 = \log_b8$$

$$\log_{\frac{3}{a^2}}64 = \log_b^364$$

$$a^3 = b^4, \log_a b = \frac{3}{4}$$

$$\log_b\sqrt{a} + \log_{ab}a^2b^3$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\log_b a + \frac{\log_a a^2 b^3}{\log_a ab} \\ &= \frac{65}{21} \end{aligned}$$

10. x 에 대한 방정식

$$2\sin^2(\pi+x) + \sin\left(x + \frac{3}{2}\pi\right) + 5\cos(x+\pi) - k = 0$$

이 실근을 가지도록 하는 정수 k 의 개수는?

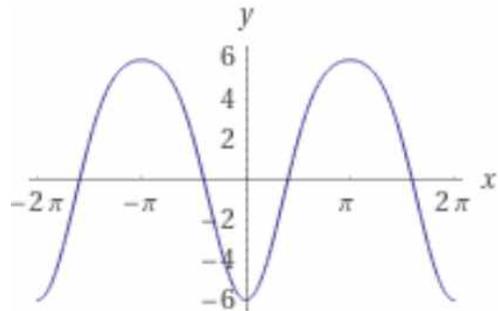
- ① 13 ② 12
 ③ 11 ④ 10
 ⑤ 9

$$2\sin^2(\pi+x) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 5\cos(x+\pi) = k$$

$$\begin{aligned} & 2\sin^2 x - \cos x - 5\cos x \\ &= -2\cos^2 x - 6\cos x + 2 \end{aligned}$$

$$-6 \leq -2\cos^2 x - 6\cos x + 2 \leq 6$$

13

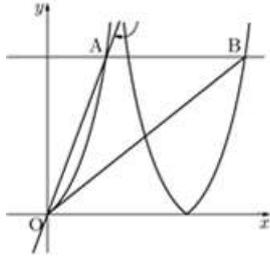


14. 양수 a 에 대하여 집합

$$\left\{x \mid 0 < x < \frac{3a}{2}, x \neq \frac{a}{2}\right\} \text{에서 정의된 함수}$$

$$f(x) = \left| \tan \frac{\pi x}{a} \right| \text{가 있다. 그림과 같이 함수}$$

$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \sqrt{15}x$ 의 세 교점 중 원점 O 에서 가장 가까운 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 세 교점 중 점 A 에서 가장 멀리 떨어져 있는 점을 B 라 하자. 삼각형 AOB 가 $\overline{OA} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형일 때, 삼각형 AOB 의 넓이는?



- ① $\frac{\sqrt{15}}{15}$ ② $\frac{2\sqrt{15}}{15}$
 ③ $\frac{\sqrt{15}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{15}}{15}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{3}$

$$\overline{AB} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{a}} = a$$

$$A\left(\frac{a}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4}a\right)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{4}a = \tan \frac{\pi}{a} \times \frac{a}{4} = 1$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{15}}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{15}}{4}a \times a = \frac{2\sqrt{15}}{15}$$

15. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, 7)$ 를 지나고 직선 $x = b$ 를 점근선으로 갖는다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

$$y = \log_2(x-4) + 5$$

$$\log_2(a-4) + 5 = 7$$

$$a = 8, b = 4$$

$$a + b = 12$$

16. 함수 $y = 25^x - 4 \times 5^x + a$ 가 $x = b$ 에서 최솟값 10을 가질 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

$$y = 25^x - 4 \times 5^x + a$$

$$= (5^x - 2)^2 + a - 4$$

$$b = \log_5 2, a = 14$$

17. 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴이 있다. $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ 이고 $\tan\theta < 0$ 일 때, 이 부채꼴의 넓이를 구하시오.

$$\theta = \frac{2}{3}\pi$$

$$\frac{1}{2} \times 36 \times \frac{2}{3}\pi = 12\pi$$

18. 방정식 $x^{\log_3 x} - \frac{x^5}{81} = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $\log_\alpha \beta + \log_\beta \alpha$ 의 값을 구하시오.

$$x^{\log_3 x} - \frac{x^5}{81} = 0$$

$$x^{\log_3 x} = \frac{x^5}{81}$$

$$(\log_3 x)^2 - 5\log_3 x + 4 = 0$$

$$\log_3 x = 1 \text{ or } \log_3 x = 4$$

$$\log_\alpha \beta + \log_\beta \alpha = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

19. $\frac{3}{2}\pi < \theta < \frac{7}{4}\pi$ 이고 $\alpha = \sin\theta \cos\theta$ 라 할 때, $\sqrt{1-2\alpha} - \sqrt{1+2\alpha} = \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 상수 α 의 값을 구하시오.

$$\sqrt{1-2\alpha} - \sqrt{1+2\alpha} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2} - \sqrt{(\sin\theta + \cos\theta)^2}$$

$$= -(\sin\theta - \cos\theta) + (\sin\theta + \cos\theta)$$

$$= 2\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{4}, \sin\theta = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{16}$$

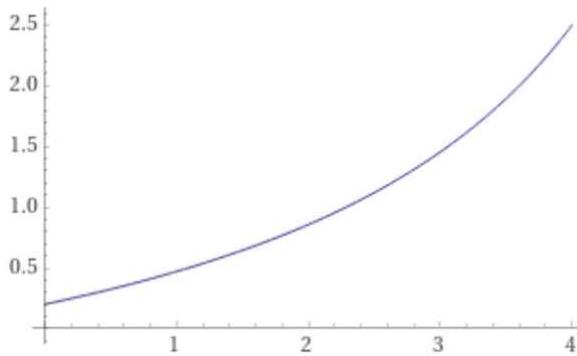
20. $a \geq 1, b \geq 1$ 인 실수 a, b 가 $a^4b^3 = 3^{12}$ 을 만족시킬 때, $\log_{9a} 3b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $\frac{M}{m}$ 의 값을 구하시오.

$$\log_{9a} 3b = \frac{1 + \log_3 b}{2 + \log_3 a}$$

$$4\log_3 a + 3\log_3 b = 12,$$

$$0 \leq \log_3 b \leq 4$$

$$\begin{aligned} \frac{1 + \log_3 b}{2 + \log_3 a} &= \frac{1 + \log_3 b}{2 + \frac{12 - 3\log_3 b}{4}} \\ &= \frac{4 + 4\log_3 b}{20 - 3\log_3 b} \end{aligned}$$



$$m = \frac{1}{5}, M = \frac{5}{2}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{25}{2}$$