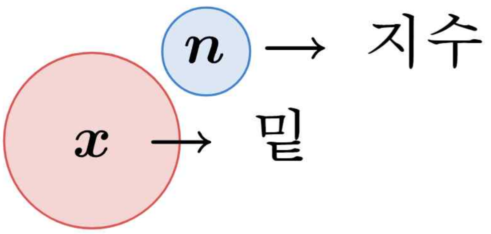
#1 거듭제곱

◈ 거듭제곱 : 어떤 수를 거듭하여 곱한 것

◈ x의 n제곱 : 실수 x를 n번 곱한 것

- x^n



#2 지수가 자연수일 때 지수법칙

◈ 지수가 자연수일 때 지수법칙

임의의 실수 a, b와

자연수 m, n에 대하여 다음이 성립

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n \Leftrightarrow a^n b^n = (ab)^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ (단, $b \neq 0$)
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (단, $a \neq 0$)

1. 다음 식을 간단히 한 것은?

$$(2^{x+y}+2^{x-y})^2-(2^{x+y}-2^{x-y})^2$$

① 2^{2x} ② 2^{2x+2} ③ 2^{2x+2y}
④ 2^{-2y} ⑤ 2^{-2y+2}

$(2\times 2^{x+y})(2\times 2^{x-y})=2^{2x+2}$

2. 두 실수 a, b가 $3^{a+b}=4,\ 2^{a-b}=5$를 만족할 때, $3^{a^2-b^2}$의 값을 구하시오.

$3^{a^2-b^2}=(3^{a+b})^{a-b}=4^{a-b}=25$

***** 곱셈 공식의 변형

◈ 곱셈 공식의 변형

- $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
- $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
- $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$
- $a^2+b^2+c^2$
  $=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
- $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
- $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$
- $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$
  $=\dfrac{1}{2}\{(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2\}$
- $a^3+b^3+c^3$
  $=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
  $+3abc$

#3 거듭제곱근

◈ a의 n제곱근

- 실수 a에 대하여 n이 2이상의 자연수일 때, n제곱하여 a가 되는 수, 즉 방정식 $x^n = a$를 만족시키는 수 x를 a의 n제곱근이라고 한다.

※ 복소수의 범위에서 a의 n제곱근은 n개가 있으나 고교 교육과정에서는 a의 n제곱근 중에서 실수인 것만 생각하기로 한다.

◈ a의 n제곱근 중에서 실수인 것

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n이 짝수	$\pm\sqrt[n]{a}$	0	없다.

◈ 거듭제곱근의 성질

$a>0,\ b>0$이고, $m,\ n$이 2이상의 자연수일 때,

- $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

※ $(\sqrt{a})^2 = a,\ \sqrt{a^2} = |a|$

※ $a<0,\ b<0$이면

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

※ $a<0,\ b>0$이면

$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

#3 지수의 확장

◈ 0 또는 음의 정수인 지수

$a \neq 0$이고 n이 양의 정수일 때,

- $a^0 = 1$

※ 0^0은 정의하지 않는다.

- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

◈ 지수가 정수일 때의 지수법칙

$a \neq 0,\ b \neq 0$이고 $m,\ n$이 정수일 때,

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$

◈ 유리수인 지수

$a>0$이고 $m,\ n\ (n \geq 2)$이 정수일 때

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, 특히 $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

◈ 지수가 유리수일 때의 지수법칙

$a>0,\ b>0$이고 $r,\ s$가 유리수일 때,

- $a^r a^s = a^{r+s}$
- $(a^r)^s = a^{rs}$
- $(ab)^r = a^r b^r$
- $a^r \div a^s = a^{r-s}$

◈ 지수가 실수일 때의 지수법칙

$a>0,\ b>0$이고 $x,\ y$가 실수일 때,

- $a^x a^y = a^{x+y}$
- $(a^x)^y = a^{xy}$
- $(ab)^x = a^x b^x$
- $a^x \div a^y = a^{x-y}$

3. $\left(\frac{5}{\sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{3}{2}}$의 값을 구하시오.

$\left(5^{1-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}=\sqrt{5}$

4. $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[8]{4}}$의 값을 구하시오.

$2^{\frac{5}{4}-\frac{2}{8}}=2$

5. $\sqrt[3]{5}\times 25^{\frac{1}{3}}$의 값을 구하시오.

$5^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{2}{3}}=5^1=5$

6. $3^0\times 8^{\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오.

$1\times(2^3)^{\frac{2}{3}}=4$

7. $\sqrt[3]{9}\times 3^{\frac{1}{3}}$의 값을 구하시오.

$3^{\frac{2}{3}}\times 3^{\frac{1}{3}}=3$

8. $\sqrt[3]{8}\times 4^{\frac{3}{2}}$의 값을 구하시오.

$2\times 8=16$

9. $\sqrt[3]{2}\times 2^{\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오.

$2^{\frac{1}{3}}\times 2^{\frac{2}{3}}=2$

10. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\times 3^{-\frac{7}{4}}$의 값을 구하시오.

$3^{-\frac{1}{4}}\times 3^{-\frac{7}{4}}=\frac{1}{9}$

11. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오.

$2^2 \times 2^{-2} = 1$

12. $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt[3]{3}$일 때, $\sqrt[6]{6}$을 a, b로 나타낸 것은?

① $a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{6}}$
④ $a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}}$

$2=a^2$, $3=b^3$ 이므로

$\sqrt[6]{6}=(a^2b^3)^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$

13. $a=\sqrt{2}$, $b^3=\sqrt{3}$일 때, $(ab)^2$의 값은? (단, b는 실수이다.)

① $2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ ② $2 \cdot 3^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$
④ $3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$

$b=3^{\frac{1}{6}}$ 이므로

$(ab)^2=\left(2^{\frac{1}{2}}3^{\frac{1}{6}}\right)^2=2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$

14. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$의 값을 구하시오.

$2^2=4$

15. $\left(2^{\sqrt{3}} \times 4\right)^{\sqrt{3}-2}$의 값을 구하시오.

$\left(2^{\sqrt{3}+2}\right)^{\sqrt{3}-2}=\frac{1}{2}$

16. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$의 값을 구하시오.

$\left(2^{\sqrt{3}-1}\right)^{\sqrt{3}+1}=2^2=4$

17. $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$의 값을 구하시오.

$\left(2^{2-\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}=2^{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$
$=2^2=4$

18. 실수 a가 $\dfrac{2^a+2^{-a}}{2^a-2^{-a}}=-2$를 만족시킬 때, 4^a+4^{-a}의 값은?

① $\dfrac{5}{2}$ ② $\dfrac{10}{3}$ ③ $\dfrac{17}{4}$ ④ $\dfrac{26}{5}$ ⑤ $\dfrac{37}{6}$

$\dfrac{4^a+1}{4^a-1}=-2$ 에서 $4^a=\dfrac{1}{3}$ 이므로

$4^a+4^{-a}=\dfrac{10}{3}$

19. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 t(℃)이고 개체중량이 $w(g)$일 때, A조개와 B조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A=0.01t^{1.25}w^{0.25}$$

$$Q_B=0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 20℃이고 A조개와 B조개의 개체 중량이 각각 $8g$일 때, $\dfrac{Q_A}{Q_B}$의 값은 $2^a\times5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.)

① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55
④ 0.75 ⑤ 0.95

$$\frac{Q_A}{Q_B}=\frac{0.01\times20^{1.25}\times8^{0.25}}{0.05\times20^{0.75}\times8^{0.30}}$$

$=5^{-1}\times(20)^{0.5}\times8^{-0.05}=2^{0.85}\times5^{-0.5}$

$\therefore\ a+b=0.35$

20. 함수 $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

ㄴ. $f(x)+f(1-x)=1$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}f\left(\frac{k}{101}\right)=50$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $\dfrac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}+2}=\dfrac{1}{2}$

ㄴ. $\dfrac{4^x}{4^x+2}+\dfrac{4^{1-x}}{4^{1-x}+2}$

$=\dfrac{4^x}{4^x+2}+\dfrac{4}{4+2\times4^x}$

$=\dfrac{4^x}{4^x+2}+\dfrac{2}{2+4^x}=1$

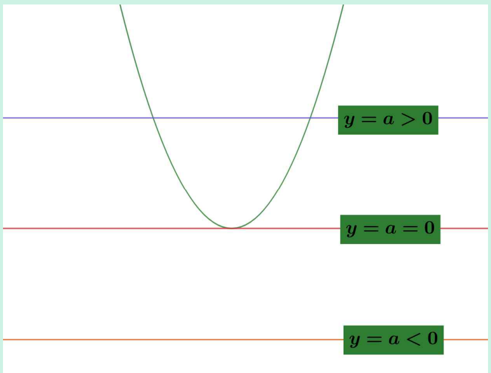
ㄷ. ㄴ에 의해 참

******* 옳은 것 찾기 문제**

◈ 옳은 것 찾기 문제는 항상 'ㄱ'을 계산한 원리를 이용하여 'ㄴ'을 생각하고 또 'ㄱ'과 'ㄴ'을 이용하여 'ㄷ'을 고민해야한다.

★★★★★ a의 n제곱근 중에서 실수 인 것

◈ $y=x^{2n}$(n은 자연수) 의 그래프는 다음과 같으므로



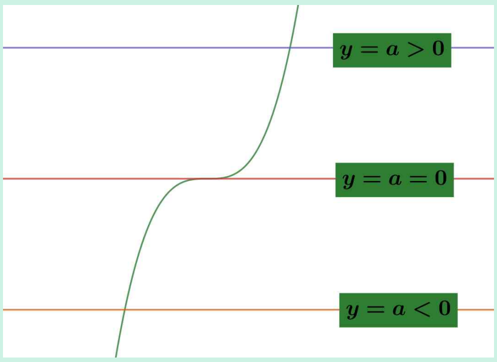
방정식 $x^{2n}=a$ 의 해는

$a<0$일 때, 0개

$a=0$일 때, 1개

$a>0$일 때, 2개

◈ $y=x^{2n+1}$(n은 자연수) 의 그래프는 다음과 같으므로

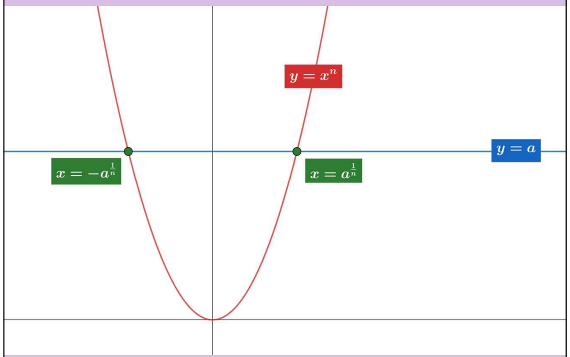


방정식 $x^{2n+1}=a$의 해는

a의 부호와 관계없이 항상 1개

★★★★★ a의 n제곱근 중에서 음의 실수인 것

◈ $y=x^n$(n은 2이상의 짝수)의 경우

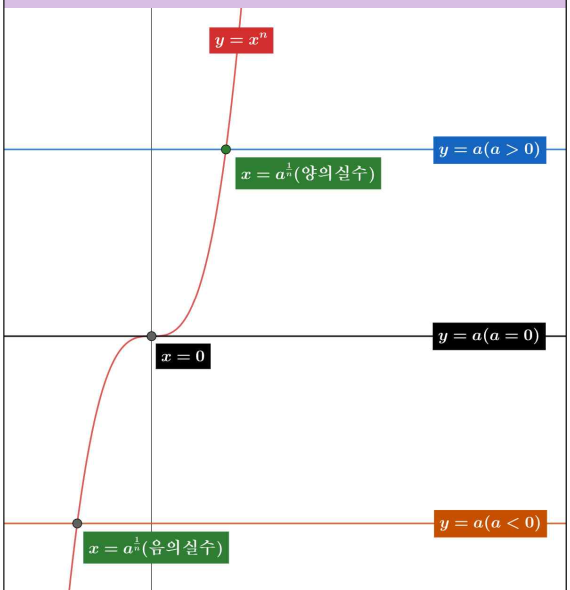


n은 2이상의 짝수일 때,

a의 n제곱근 중 음의 실수가

존재할 조건은 $a>0$

◈ $y=x^n$(n은 3이상의 홀수)



n은 3이상의 홀수일 때,

a의 n제곱근 중 음의 실수가

존재할 조건은 $a<0$

21. 세 양수 a, b, c에 대하여 $a^6=3, b^5=7, c^2=11$일 때, $(abc)^n$이 자연수가 되는 최소의 자연수 n의 값을 구하시오.

$\left(3^{\frac{1}{6}}7^{\frac{1}{5}}11^{\frac{1}{2}}\right)^n$ 이 자연수가 되려면

n은 2, 5, 6의 공배수 이므로

최소의 자연수 $n=30$

22. $1 \le m \le 3$, $1 \le n \le 8$인 두 자연수 m, n에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n)의 개수는?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$\sqrt[3]{n^m}=n^{\frac{m}{3}}$ 이므로

1) $n=1$ 또는 $n=8$ 일 때,

$m=1 \sim 3$ 6가지

2) $m=3$ 일 때,

$n=1 \sim 8$ 8가지

3) 1), 2)의 교집합 (3, 1), (3, 8) 이므로

12가지

23. $2 \le n \le 100$인 자연수 n에 대하여 $\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}$이 어떤 자연수의 n제곱근이 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오.

$\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{5}{6}}$ 이고

$\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}$이 어떤 자연수의 n제곱근이므로

이를 개념적으로 생각해보면

어떤 자연수 a의 n제곱근이 $\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{5}{6}}$이라는 의미가 된다.

이를 수식화해보면

$\left(3^{\frac{5}{6}}\right)^n=a$(어떤 자연수) 이므로

n은 6의 배수가 되고 주어진 조건에서 $2 \le n \le 100$ 이므로

$\therefore n=6\times1 \sim 6\times16$

16개

★★★★★ **a의 n제곱근 스킬**

◈ 문제에서 "a의 n제곱근"이라는 표현이 나오면 "a의 n제곱근 'x'"를 떠올리고 다음과 같은 수식을 쓰고 생각해 본다.

$$x^n = a$$

24. $\left(\sqrt{2\sqrt[3]{4}}\right)^3$보다 큰 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하시오.

$\left(\sqrt{2\sqrt[3]{4}}\right)^3 = \sqrt{32}$ 이므로 6

★★★★★ **수의 분류**

◈ 수의 분류

$$\text{복소수}\begin{cases}\text{실수}\begin{cases}\text{무리수}\\ \text{유리수}\begin{cases}\text{정수}\\ \text{정수아닌유리수}\end{cases}\end{cases}\\ \text{허수}\end{cases}$$

◈ 실수 : 제곱하여 0이상인 수

◈ 유리수 : $\dfrac{b}{a}$꼴로 표현할 수 있는 수

단, $a \neq 0$이고 a, b는 정수

25. 자연수 $m(m \geq 2)$에 대하여 m^{12}의 n제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2이상의 자연수 n의 개수를 $f(m)$이라 할 때, $\sum_{m=2}^{9} f(m)$의 값을 구하시오.

m^{12}의 n제곱근을 x라 하면 $x^n = m^{12}$

$$x = m^{\frac{12}{n}}$$

$m = 2, 3, 5, 6, 7$일 때, $m^{\frac{12}{n}}$이 정수가 되도록하는 n의 개수는 5

$m = 4$, $4^{\frac{12}{n}}$이 정수가 되도록하는 n의 개수는 7

$m = 8$, $8^{\frac{12}{n}}$이 정수가 되도록하는 n의 개수는 8

$m = 9$, $9^{\frac{12}{n}}$이 정수가 되도록하는 n의 개수는 7

$$\sum_{m=2}^{9} f(m) = 5 \times 5 + 7 \times 2 + 8 = 47$$

** $m(m \geq 2)$ 조건을 빼먹고 틀리는 경우가 많다.

***** 자연수(정수)의 개수찾기

◈ p^x의 꼴

1. $(소수)^{\frac{b}{a}}$ 꼴로 만든다.

2. $\dfrac{b}{a}$가 자연수가 되는 순서쌍 (a, b)의 개수를 찾는다.

◈ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$의 꼴

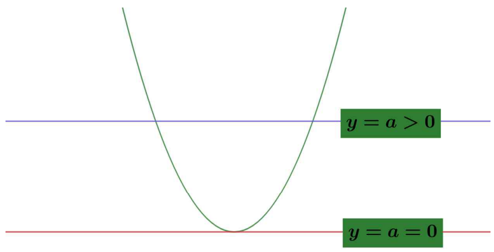
1. $\dfrac{f(x)}{g(x)}=h(x)+\dfrac{a}{g(x)}$ 꼴로 만든다. (단, a는 상수)

2. $\dfrac{a}{g(x)}$가 자연수가 되는 x의 값을 구한다.

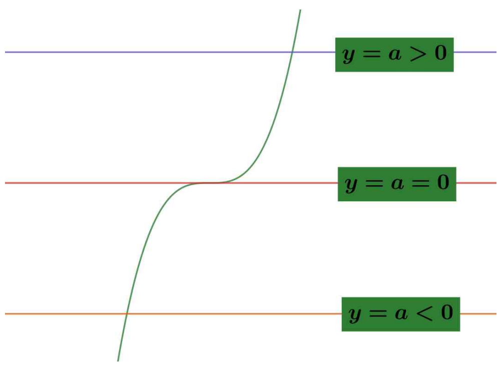
26. 자연수 n이 $2 \le n \le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

*****

◈ $y=x^{2k}$(k는 자연수)



◈ $y=x^{2k+1}$(k은 자연수)



a의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하기 위한 조건은

1) $a<0$일 때, n은 3이상의 홀수

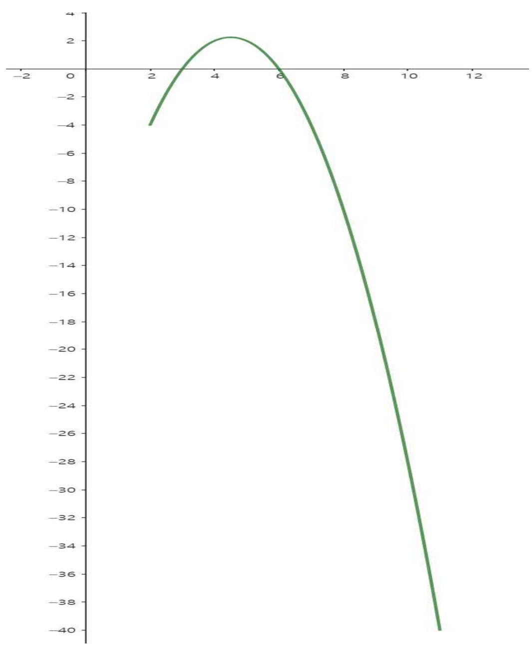
2) $a>0$일 때, n은 2이상의 짝수

$-n^2+9n-18$의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하기 위한 조건은

$-n^2+9n-18>0$일 때, n은 2이상의 짝수

$-n^2+9n-18<0$일 때, n은 3이상의 홀수

$y=-x^2+9x-18$ 의 그래프를 그려서 생각해보면 다음과 같다.



$-n^2+9n-18=-(n-3)(n-6)$

$3<n<6,\ n=4$
$6<n \le 11,\ n=7$ or 9 or 11

27. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

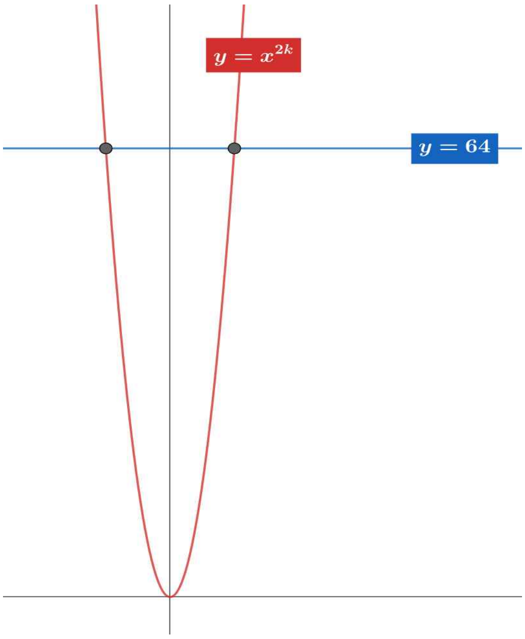
$x^n-64=0$ or $f(x)=0$에서

방정식 $x^n-64=0$의 서로 다른 실근은
n이 3이상의 홀수일 때 1개
n이 2이상의 짝수일 때 2개

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 0 or 1 or 2

방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이므로
방정식 $x^n-64=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2
방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2 이고
두 방정식의 실근은 일치 한다.

방정식 $x^n-64=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이므로



n은 짝수이고 방정식 $x^n-64=0$의 해는

$x=\pm 2^{\frac{6}{n}}$ 이다.

방정식 $f(x)=0$의 해도 $x=\pm 2^{\frac{6}{n}}$ 이므로

$f(x)=\left(x-2^{\frac{6}{n}}\right)\left(x+2^{\frac{6}{n}}\right)$

$y=f(x)$의 대칭축이 $x=0$이므로
$y=f(x)$의 최솟값은 $x=0$일 때 이다.

$f(0)=-2^{\frac{12}{n}}$ 은 정수이므로

자연수 n은 12의 약수중 짝수이다.
$n=2$ or 4 or 6 or 12

24

28. 함수 $f(x)=-(x-2)^2+k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

$\sqrt{3^{f(n)}}$의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

$\sqrt{3^{f(n)}}$의 네제곱근을 x라 하고 이를 수식화 해보면 $x^4=\sqrt{3^{f(n)}}$이고 이 방정식을 풀어보면 $x=\pm\left(\sqrt{3^{f(n)}}\right)^{\frac{1}{4}}=\pm 3^{\frac{f(n)}{8}}$

$$3^{\frac{f(n)}{8}}\times\left(-3^{\frac{f(n)}{8}}\right)=-9$$

$$3^{\frac{f(n)}{8}}=3,\ f(n)=8$$

$f(n)=8$을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2이고 함수 $f(x)=-(x-2)^2+k$의 대칭축은 $x=2$이므로 문제의 조건에 맞는 $n=1$ or 3이다.

$f(1)=f(3)=8$

$k-1=8,\ k=9$

★★★★★ 이차함수의 대칭축

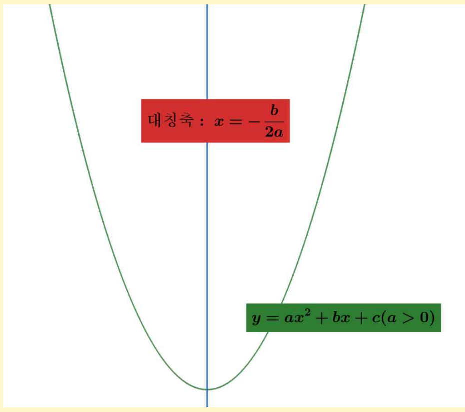
◈ 이차함수 관련된 문제는 대칭축에서부터 생각하는 문제가 많다.

$y=ax^2+bx+c$ 이므로

$=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

함수 $y=ax^2+bx+c$의 대칭축은

$x=-\dfrac{b}{2a}$ 이다.



* 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 대칭축은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 공식 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$의 앞부분 $x=-\dfrac{b}{2a}$을 기억해도 된다.

이차방정식의 두 근은 $x=-\dfrac{b}{2a}$를 기준으로 대칭이다.

출제 예상 문제

29. $(\sqrt[3]{-3})^6 \times 27^{-\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오.

$3^2 \times \frac{1}{3^2} = 1$

30. $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^{\frac{3}{2}}$의 값을 구하시오.

$\left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(3^{1-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3}$

31. $\left(\frac{3^{\sqrt{3}}}{3^2}\right)^{\sqrt{3}+2}$ 의 값을 구하시오.

$(3^{\sqrt{3}-2})^{\sqrt{3}+2} = \frac{1}{3}$

32. $\left(\frac{1}{\sqrt[2]{2}}\right) \times 2^{-\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하시오.

$2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

33. $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[8]{9}}$의 값을 구하시오.

$\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[8]{9}} = \sqrt[4]{81} = 3$

34. $\frac{\sqrt[3]{1024}}{\sqrt[6]{4}}$의 값을 구하시오.

$\frac{\sqrt[3]{1024}}{\sqrt[6]{4}} = \sqrt[3]{2^9} = 8$

35. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}+2}}{4}\right)^{\sqrt{3}}$ 의 값을 구하시오.

$\left(\frac{2^{\sqrt{3}+2}}{4}\right)^{\sqrt{3}} = 2^3 = 8$

36. $(\sqrt[3]{2\sqrt{3}})^6$의 값을 구하시오.

$(\sqrt[3]{2\sqrt{3}})^6 = \left(2^{\frac{1}{3}}3^{\frac{1}{6}}\right)^6 = 2^2 \times 3 = 12$

37. $\left(\dfrac{2^{\sqrt[3]{3}}}{2}\right)^{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

$\left(2^{\sqrt[3]{5}-1}\right)^{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1}=2^{(\sqrt[3]{3})^3-1}=2^2=4$

38. $\left(2^{\sqrt[3]{3}}\times 2\right)^{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

$\left(2^{\sqrt[3]{3}}\times 2\right)^{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1}=\left(2^{\sqrt[3]{3}+1}\right)^{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1}=2^4$

39. $\sqrt[3]{-27}\times\sqrt{(-2)^2}$ 의 값을 구하시오.

$\sqrt[3]{-27}\times\sqrt{(-2)^2}=-6$

40. $\dfrac{4}{\sqrt[3]{-8}}$ 의 값을 구하시오.

$\dfrac{4}{\sqrt[3]{-8}}=-2$

41. $\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{-8}}$ 의 값을 구하시오.

$\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{-8}}=\dfrac{4}{-2}=-2$

42. 세 실수 a, b, c에 대하여
$2^a=3^b=6^c$이고 $bc=3$일 때,
$\sqrt[3]{2^{a(b+c)}}$ 의 값을 구하시오.

$2^{ab}=6^{bc}=6^3$

$2^{ac}=3^{bc}=3^3$

$2^{a(b+c)}=(6\times 3)^3$

$\sqrt[3]{2^{a(b+c)}}=18$

43. 자연수 n이 $2 \le n \le 20$일 때, $\log_2|n-6|$의 n제곱근 중 양의 실수가 존재하도록 하는 n의 개수를 α, $2^{n-6}-4$의 n제곱근 중 음의 실수가 존재하도록 하는 n의 개수를 β라 할 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.

$n \ne 5, 6, 7$
$\alpha = 16$

$n < 8$
$n = 3, 5, 7$

$9 \le n$
$n = 10, 12, 14, 16, 18, 20$

$\beta = 9$

$\alpha+\beta = 25$

44. $1 \le |n| < m \le 10$을 만족시키는 두 정수 m, n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오.

> (가) $(m^2-8m+15)$의 (n^2+2)제곱근 중 실수인 것의 개수는 1이다.
> (나) $(-n)$의 $(m+1)$제곱근 중 실수인 것의 개수는 2이다.

(나)에 의해 n은 음수이고 m은 홀수인 자연수

(가)에 의해 $m=3$ or 5일 때 n은 모두 가능
$m=1$ or 7 or 9일 때는 $|n|$은 홀수

$m=3,\ n=-1,\ -2$

$m=5,\ n=-1,\ -2,\ -3,\ -4$

$m=7,\ n=-1,\ -3,\ -5$
$m=9,\ n=-1,\ -3,\ -5,\ -7$

13쌍

45. 두 자연수 m, n에 대하여 $\sqrt[3]{m} \times \sqrt[6]{n} = \sqrt{18}$를 만족시키는 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오.

$m^2 n = 18^3 = 2^3 \times 3^6$

$m^2 = 2 \times 4 = 8$

m^2을 선택하는 방법은 2^0 or 2^2중에 하나를 선택하고 3^0 or 3^2 or 3^4 or 3^6중에 하나를 선택하면 되므로 2×4이고 나머지는 다 n에 주면 되므로 순서쌍의 개수는 위와 같다.