

1. 두 실수 a, b 가 $3^{a+b} = 4, 2^{a-b} = 5$ 를 만족할 때, $3^{a^2-b^2}$ 의 값을 구하시오.

2. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오.

3. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

4. $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값을 구하시오.

5. 실수 a 가 $\frac{2^a + 2^{-a}}{2^a - 2^{-a}} = -2$ 를 만족시킬 때, $4^a + 4^{-a}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

6. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 $t(^{\circ}\text{C})$ 이고 개체중량이 $w(g)$ 일 때, A조개와 B조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B 라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25} \quad \text{수}$$

$$Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

온이 20°C 이고 A조개와 B조개의 개체 중량이 각각 $8g$ 일 때, $\frac{Q_A}{Q_B}$ 의 값은 $2^a \times 5^b$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

- ① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55
 ④ 0.75 ⑤ 0.95

7. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $f(x) + f(1-x) = 1$

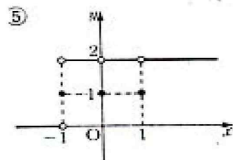
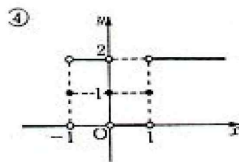
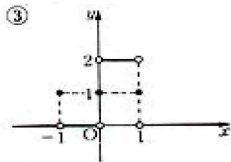
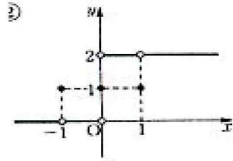
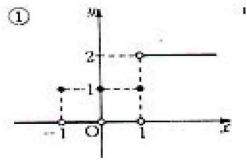
ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. $1 \leq m \leq 3$, $1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

9. 실수 x 에 대하여 $t^2 = x^3 - x$ 를 만족시키는 실수 t 의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형은?



10. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때, $\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값을 구하시오.

11. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

12. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

13. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

출제 예상 문제

14. $(\sqrt[3]{2\sqrt{3}})^6$ 의 값을 구하시오.

15. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{9}+\sqrt{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

16. $(2^{\sqrt{3}} \times 2)^{\sqrt{9}-\sqrt{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

17. $\sqrt[3]{-27} \times \sqrt{(-2)^2}$ 의 값을 구하시오.

18. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{-8}}$ 의 값을 구하시오.

19. 세 실수 a, b, c 에 대하여
 $2^a = 3^b = 6^c$ 이고 $bc = 3$ 일 때,
 $\sqrt[3]{2^{a(b+c)}}$ 의 값을 구하시오.

20. $2 \leq n \leq 10, 2 \leq m \leq 10$ 인 자연수 n, m 에 대하여 $nm - 6n$ 의 n 제곱근 중 서로 다른 실수인 것의 개수를 a 라 하고, $nm - 6n$ 의 m 제곱근 중 서로 다른 실수인 것의 개수를 b 라 하자. $a + b = 2$ 가 되도록 하는 n, m 의 모든 순서쌍 (n, m) 의 개수를 구하시오.

21. 10 이하의 자연수 n 에 대하여 $n(n-5)$ 의 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$, 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때, $f(n) \geq g(n)$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

22. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 20$ 일 때, $\log_2 |n-6|$ 의 n 제곱근 중 양의 실수가 존재하도록 하는 n 의 개수를 α , $2^{n-6} - 4$ 의 n 제곱근 중 음의 실수가 존재하도록 하는 n 의 개수를 β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.

23. $1 \leq |n| < m \leq 10$ 을 만족시키는 두 정수 m, n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.

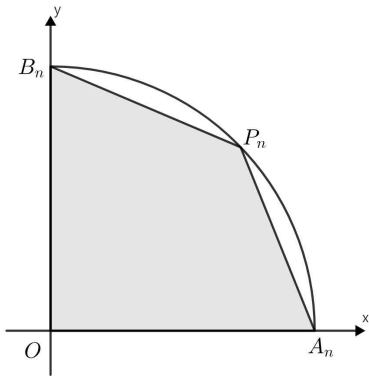
- (가) $(m^2 - 8m + 15)$ 의 $(n^2 + 2)$ 제곱근 중 실수인 것의 개수는 1이다.
 (나) $(-n)$ 의 $(m+1)$ 제곱근 중 실수인 것의 개수는 2이다.

24. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2가 되도록 하는 자연수 k 의 값을 구하시오.

$(\sqrt{2})^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -4 이다.

25. 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{m} \times \sqrt[6]{n} = \sqrt{18}$ 를 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.

26. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 원점 O 를 중심으로 하고 두 점 $A_n\left(512^n, 0\right), B_n\left(0, 512^n\right)$ 을 지나는 부채꼴 OA_nB_n 의 호 $\widehat{A_nB_n}$ 위에 점 P_n 이 있다. 사각형 $OA_nP_nB_n$ 의 넓이의 최댓값을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(n)$ 이 1보다 큰 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.



27. $2 \leq m \leq 30, -5 \leq n \leq 5$ 인 정수 m, n 에 대하여 $\sqrt[m]{\left(-\frac{1}{64}\right)^n}$ 이 양의 정수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 a , 음의 정수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.