

1. 다음 식을 간단히 한 것은?

$$(2^{x+y} + 2^{x-y})^2 - (2^{x+y} - 2^{x-y})^2$$

- ① 2^{2x} ② 2^{2x+2} ③ 2^{2x+2y}
④ 2^{-2y} ⑤ 2^{-2y+2}

2. 두 실수 a, b 가 $3^{a+b} = 4, 2^{a-b} = 5$ 를 만족할 때, $3^{a^2-b^2}$ 의 값을 구하시오.

3. $\left(\frac{5}{\sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하시오.

4. $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[8]{4}}$ 의 값을 구하시오.

5. $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 구하시오.

6. $3^0 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오.

7. $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 구하시오.

8. $\sqrt[3]{8} \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하시오.

9. $\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오.

10. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값을 구하시오.

11. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오.

12. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $\sqrt[6]{6}$ 을 a, b 로 나타낸 것은?

- ① $a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{6}}$
 ④ $a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}}$

13. $a = \sqrt{2}$, $b^3 = \sqrt{3}$ 일 때, $(ab)^2$ 의 값은? (단, b 는 실수이다.)

- ① $2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ ② $2 \cdot 3^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$
 ④ $3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$

14. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값을 구하시오.

15. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값을 구하시오.

16. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

17. $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값을 구하시오.

18. 실수 a 가 $\frac{2^a + 2^{-a}}{2^a - 2^{-a}} = -2$ 를 만족시킬 때, $4^a + 4^{-a}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

19. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 $t(^{\circ}\text{C})$ 이고 개체중량이 $w(\text{g})$ 일 때, A조개와 B조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B 라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$$

$$Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 20°C 이고 A조개와 B조개의 개체 중량이 각각 8g 일 때, $\frac{Q_A}{Q_B}$ 의 값은 $2^a \times 5^b$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

- ① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55
 ④ 0.75 ⑤ 0.95

20. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $f(x) + f(1-x) = 1$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. 계산해본다.

ㄴ. 계산해본다.

ㄴ.을 이용해서 $f\left(\frac{1}{101}\right) + f\left(\frac{100}{101}\right) =$

21. 세 양수 a, b, c 에 대하여 $a^6 = 3, b^5 = 7, c^2 = 11$ 일 때, $(abc)^n$ 이 자연수가 되는 최소의 자연수 n 의 값을 구하시오.

22. $1 \leq m \leq 3, 1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

23. $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt[3]{3^5})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

a 의 n 제곱근 x 를 수식으로 써보면

24. $(\sqrt{2^3\sqrt{4}})^3$ 보다 큰 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하시오.

25. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때, $\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값을 구하시오.

m^{12} 의 n 제곱근 x 를 수식으로 써보면

$m^{\frac{k}{n}}$ (m 은 소수) 이 정수가 되려면 n 은 k 의 ()이다.

문제의 조건 $m(m \geq 2)$ 확인했는지 체크

26. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

a 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하기 위한 조건은

- 1) $a < 0$ 일 때, n 은
- 2) $a > 0$ 일 때, n 은

27. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

이차함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = (\quad)$ 일 때 존재한다.

$x^n - 64 = 0$ or $f(x) = 0$ 에서

방정식 $x^n - 64 = 0$ 의 서로 다른 실근이 2개일 조건은?

방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이 되려면 방정식 $x^n - 64 = 0$ 의 실근과 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 (\quad)해야 한다.

28. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근을 x 라 하고 이를 수식화 해보면

함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 의 대칭축은 $x =$ 이므로

출제 예상 문제

29. $(\sqrt[3]{-3})^6 \times 27^{-\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오.

30. $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하시오.

31. $\left(\frac{3^{\sqrt{3}}}{3^2}\right)^{\sqrt{3}+2}$ 의 값을 구하시오.

32. $\left(\frac{1}{\sqrt[2]{2}}\right) \times 2^{-\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하시오.

33. $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[8]{9}}$ 의 값을 구하시오.

34. $\frac{\sqrt[3]{1024}}{\sqrt[6]{4}}$ 의 값을 구하시오.

35. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}+2}}{4}\right)^{\sqrt{3}}$ 의 값을 구하시오.

36. $(\sqrt[3]{2\sqrt{3}})^6$ 의 값을 구하시오.

37. $\left(\frac{2^{\sqrt[3]{3}}}{2}\right)^{\sqrt[3]{9+\sqrt[3]{3}+1}}$ 의 값을 구하시오.

38. $(2^{\sqrt[3]{3}} \times 2)^{\sqrt[3]{9-\sqrt[3]{3}+1}}$ 의 값을 구하시오.

39. $\sqrt[3]{-27} \times \sqrt{(-2)^2}$ 의 값을 구하시오.

40. $\frac{4}{\sqrt[3]{-8}}$ 의 값을 구하시오.

41. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{-8}}$ 의 값을 구하시오.

42. 세 실수 a, b, c 에 대하여
 $2^a = 3^b = 6^c$ 이고 $bc = 3$ 일 때,
 $\sqrt[3]{2^{a(b+c)}}$ 의 값을 구하시오.

43. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 20$ 일 때, $\log_2|n-6|$ 의 n 제곱근 중 양의 실수가 존재하도록 하는 n 의 개수를 α , $2^{n-6}-4$ 의 n 제곱근 중 음의 실수가 존재하도록 하는 n 의 개수를 β 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오.

진수 조건에 의해 $n \neq$

$n = 6$ or 일 때, $\log_2|n-6|=0$ 이므로

$n \neq 6$ 이면 $\log_2|n-6| > 0$ 이므로

44. $1 \leq |n| < m \leq 10$ 을 만족시키는 두 정수 m, n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.

(가) $(m^2-8m+15)$ 의 (n^2+2) 제곱근 중 실수인 것의 개수는 1이다.

(나) $(-n)$ 의 $(m+1)$ 제곱근 중 실수인 것의 개수는 2이다.

(나)부터 정리해본다.

a 의 n 제곱근 중에서

음의 실수가 존재하기 위한 조건은

1) $a < 0$ 일 때, n 은 3이상의 홀수

2) $a > 0$ 일 때, n 은 2이상의 짝수

45. 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{m} \times \sqrt[6]{n} = \sqrt{18}$ 를 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.

$m^2 n = 18^3 = 2^3 \times 3^6$ 이므로
가능한 m 부터 찾아본다.