

지수

2025 기출 문제

1. $\left(\frac{5}{\sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하십시오.

2. $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[8]{4}}$ 의 값을 구하십시오.

3. $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 구하십시오.

2024 기출 문제

4. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값을 구하십시오.

5. $3^{1-\sqrt{5}} \times 3^{1+\sqrt{5}}$ 의 값을 구하십시오.

6. $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하십시오.

7. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오.

8. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

9. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

10. $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값을 구하시오.

11. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때, $\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값을 구하시오.

2022 기출 문제

12. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값을 구하시오.

13. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

14. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값을 구하시오.

15. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값을 구하시오.

로그

2025 기출 문제

16. $a > 2$ 인 상수 a 에 대하여 두 수 $\log_2 a, \log_a 8$ 의 합과 곱이 각각 4, k 일 때, $a+k$ 의 값을 구하시오.

17. 두 실수 $a = 2\log\frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20, b = \log_2 2$ 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하시오.

2024 기출 문제

18. 두 실수 a, b 가 $3a + 2b = \log_3 32, ab = \log_3 2$ 를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

19. 수직선 위의 두 점 $P(\log_5 3), Q(\log_5 12)$ 에 대하여 선분 PQ 를 $m : (1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때, 4^m 의 값을 구하시오. (단, m 은 $0 < m < 1$ 인 상수이다.)

2023 기출 문제

20. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

2022 기출 문제

21. $\log_4\frac{2}{3} + \log_4 24$ 의 값을 구하시오.

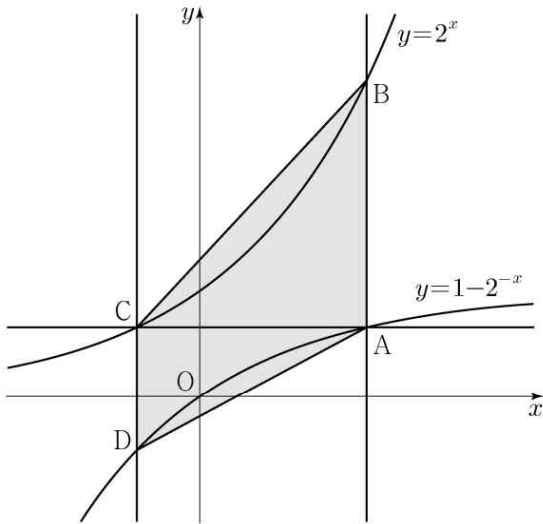
22. $\log_2 100 - 2\log_2 5$ 의 값을 구하시오.

23. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오.

지수함수

2025 기출 문제

24. 그림과 같이 곡선 $y = 1 - 2^{-x}$ 위의 제 1사분면에 있는 점 A 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 C , 점 C 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 1 - 2^{-x}$ 과 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ 일 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이는?



- ① $\frac{5}{2}\log_2 3 - \frac{5}{4}$
- ② $3\log_2 3 - \frac{3}{2}$
- ③ $\frac{7}{2}\log_2 3 - \frac{7}{4}$
- ④ $4\log_2 3 - 2$
- ⑤ $\frac{9}{2}\log_2 3 - \frac{9}{4}$

25. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = 2^x$ 위의 두 점 A_n, B_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 $A_n B_n$ 의 기울기는 3이다.
- (나) $\overline{A_n B_n} = n \times \sqrt{10}$

중심이 직선 $y = x$ 위에 있고 두 점 A_n, B_n 을 지나는 원이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 두 점의 x 좌표 중 큰 값을 x_n 이라 하자. $x_1 + x_2 + x_3$ 의 값은?

- ① $\frac{150}{7}$
- ② $\frac{155}{7}$
- ③ $\frac{160}{7}$
- ④ $\frac{165}{7}$
- ⑤ $\frac{170}{7}$

26. 곡선 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 과 직선 $y = x$ 가
만나는 점의 x 좌표를 k 라 하자. 실수
전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가
다음 조건을 만족시킬 때,
 $f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$ 의 값을 구하시오.

$x > k$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 이고 $f(f(x)) = 3x$ 이다.

2024 기출 문제

27. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는
모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.

28. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

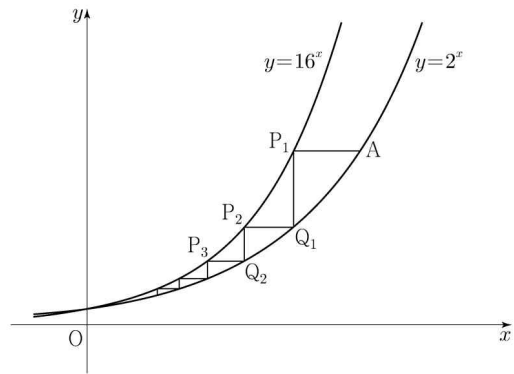
$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases} \quad \text{이}$$

다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

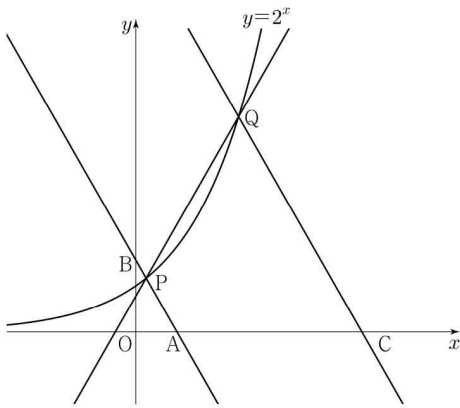
집합 $\{f(x) \mid x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

2023 기출 문제

29. 두 곡선 $y=16^x, y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다. 점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이와같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오.



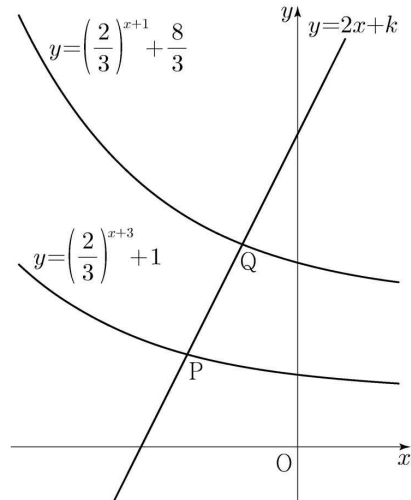
30. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a), Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ 의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P 를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 점 Q 를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB}=4\overline{PB}, \overline{CQ}=3\overline{AB}$ 일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$)



2022 기출 문제

31. 직선 $y=2x+k$ 가 두 함수 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1, y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{PQ}=\sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
 ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



로그함수

2025 기출 문제

32. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은?

$\log_2 \sqrt{-n^2 + 10n + 75} - \log_4(75 - kn)$
의 값이 양수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수가 12이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

33. 방정식 $\log_3(x+2) - \log_{\frac{1}{3}}(x-4) = 3$
를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

34. 방정식 $\log_2(x-3) = \log_4(3x-5)$ 를
만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

35. 상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값을 구하시오.

36. 방정식 $\log_2(x-1) = \log_4(13+2x)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

37. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌 구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오.

2023 기출 문제

38. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

39. 방정식 $\log_2(3x+2) = 2 + \log_2(x-2)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

40. 방정식 $\log_3(x-4) = \log_9(x+2)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

2022 기출 문제

41. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y = \log_n x$, $y = -\log_n(x+3) + 1$ 이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

42. 두 상수 $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a)$, $(b, \log_2 b)$ 을 지나는 직선의 y 절편과 두 점 $(a, \log_4 a)$, $(b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다. 함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

지수 로그함수 혼합 문제

2024 기출 문제

43. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$)

- 명제 ㄱ이 참이면 $A = 100$, 거짓이면 $A = 0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B = 10$, 거짓이면 $B = 0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C = 1$, 거짓이면 $C = 0$ 이다.

— <보기> —

- ㄱ. $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다.
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
- ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

2023 기출 문제

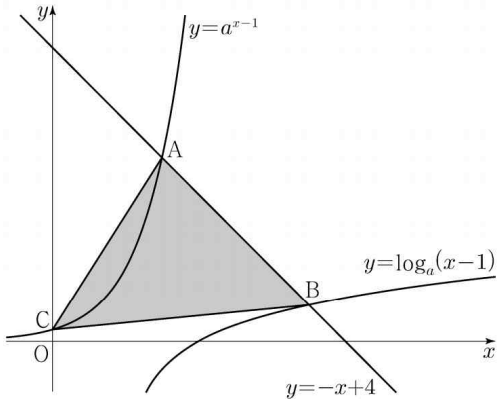
44. 자연수 n 에 대하여 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases} \text{ 이라 하자.}$$

실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

2022 기출 문제

45. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선 $y = a^{x-1}$, $y = \log_a(x-1)$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하시오.



삼각함수

2025 기출 문제

46. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

47. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여

$\cos(\pi + \theta) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때,
 $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

48. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\frac{1}{5}$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$ 의 값은?

- ① -5 ② $-\sqrt{5}$ ③ 0
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

2024 기출 문제

49. $\cos\theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

50. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

51. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $-\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

2023 기출 문제

52. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2\theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2\theta + \cos\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$
 ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

53. $\sin(\pi - \theta) = \frac{5}{13}$ 이고 $\cos\theta < 0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{12}{13}$ ② $-\frac{5}{12}$ ③ 0
 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

54. $\tan\theta < 0$ 이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2022 기출 문제

55. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0
 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

56. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여

$$\frac{\sin\theta}{1-\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{1+\sin\theta} = 4 \text{ 일 때, } \cos\theta \text{ 의 값은?}$$

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

57. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$$\tan\theta - \frac{6}{\tan\theta} = 1 \text{ 일 때, } \sin\theta + \cos\theta \text{ 의 값은?}$$

- ① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

삼각함수 그래프

2025 기출 문제

58. 5이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $y = a\sin x + b$ 의 그래프가 직선 $x = \pi$ 와 만나는 점의 집합을 A 라 하고, 두 직선 $y = 1, y = 3$ 과 만나는 점의 집합을 각각 B, C 라 하자. $n(A \cup B \cup C) = 3$ 이 되도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하시오.

59. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & (0 \leq x < \pi) \\ -\sqrt{2}\sin x - 1 & (\pi \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0 \leq t \leq 2\pi$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록

하는 모든 t 의 값의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하십시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

60. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a \cos bx + 3 \text{ 이 } x = \frac{\pi}{3} \text{에서 최}$$

댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

61. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin bx + 8 - a$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \geq 0 \text{이다.}$$

(나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

62. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin \frac{\pi}{7}$$

를 만족시키는 모든 x

의 값의 범위는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

$\beta - \alpha$ 의 값은?

① $\frac{8}{7}\pi$ ② $\frac{17}{14}\pi$ ③ $\frac{9}{7}\pi$

④ $\frac{19}{14}\pi$ ⑤ $\frac{10}{7}\pi$

63. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$ 라 할 때,
 $0 < x < 16$ 에서 부등식
 $f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$ 을 만족시키는
 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.

64. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수
 $f(x) = -\sin 2x$ 가 $x = a$ 에서 최댓값을
 갖고 $x = b$ 에서 최솟값을 갖는다. 곡
 선 $y = f(x)$ 위의 두 점
 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는 직선의
 기울기는?

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$

65. 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때, $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.)

66. 함수 $f(x) = a - \sqrt{3} \tan 2x$ 가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6}, b\right]$ 에서 최댓값 7, 최솟값

3을 가질 때, $ab = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.)

67. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

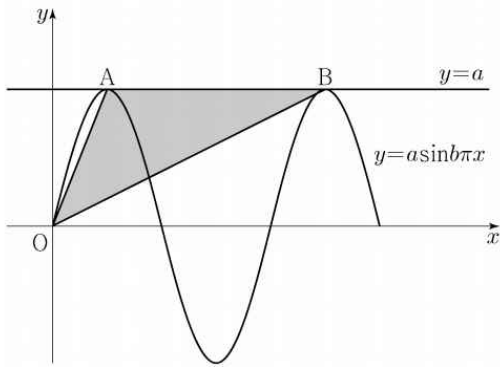
ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{ㄴ. } & \{t \mid \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} \\ & = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\} \end{aligned}$$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여 $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$ 이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

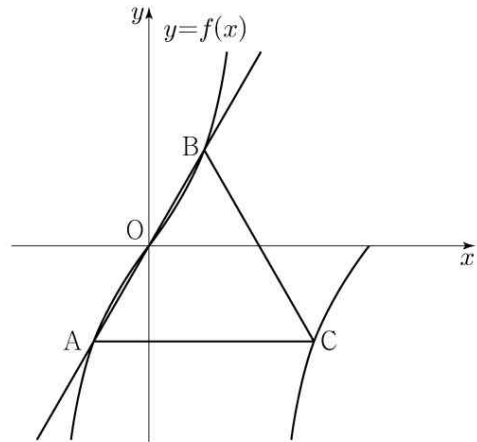
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

68. 두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b \pi x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{b}$)이 직선 $y = a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B 라 하자. 삼각형 OAB 의 넓이가 5이고 직선 OA 의 기울기와 직선 OB 의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)



69. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$ 가 있다. 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B 를 지나는 직선이 있다. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$



사인법칙과 코사인법칙

2025 기출 문제

70. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가 9π 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는?

(가) $3\sin A = 2\sin B$

(나) $\cos B = \cos C$

- ① $\frac{32}{9}\sqrt{2}$ ② $\frac{40}{9}\sqrt{2}$ ③ $\frac{16}{3}\sqrt{2}$
 ④ $\frac{56}{9}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{64}{9}\sqrt{2}$

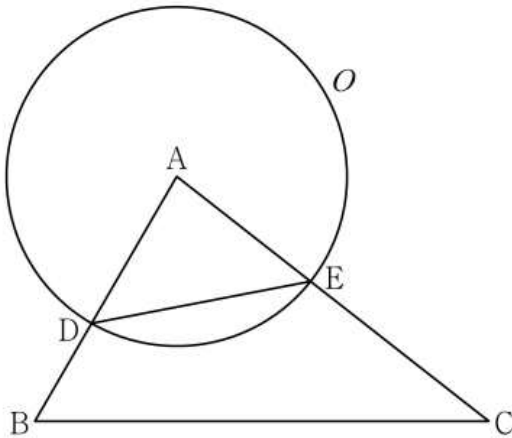
71. $\angle A > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{2} : 1$, $\overline{AH} = 2$ 인 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가 50π 일 때, 선분 BH 의 길이는?

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

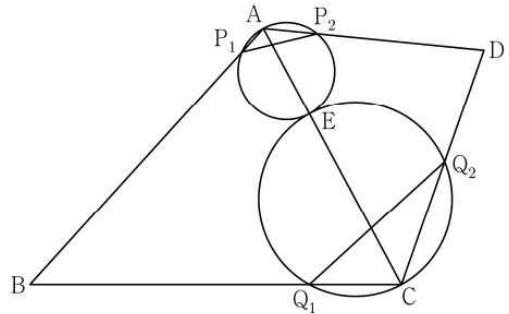
2024 기출 문제

72. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 위에 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 인 점 D 를 잡고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원을 O , 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점을 E 라 하자. $\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이고, 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9 : 35$ 이다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 넓이 최댓값은? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$)

- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 20\sqrt{3}$
- ③ $30 + 25\sqrt{3}$ ④ $36 + 30\sqrt{3}$
- ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

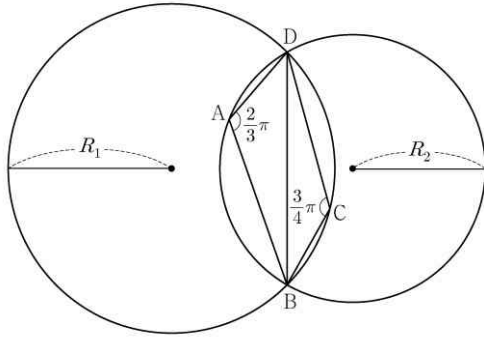


73. 그림과 같이 $\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2,$
 $\cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$ 인
 사각형 $ABCD$ 에서 두 삼각형 ABC
 와 ACD 는 모두 예각삼각형이다. 선
 분 AC 를 1 : 2로 내분하는 점 E 에
 대하여 선분 AE 를 지름으로 하는 원
 이 두 선분 AB, AD 와 만나는 점 중
 A 가 아닌 점을 각각 P_1, P_2 라 하고,
 선분 CE 를 지름으로 하는 원이 두 선
 분 BC, CD 와 만나는 점 중 C 가 아
 닌 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자.
 $\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각
 형 ABD 의 넓이가 2일 때,
 $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$)



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$
- ④ $\sqrt{24}$ ⑤ 5

74. 그림과 같이 $\overline{AB}=2, \overline{AD}=1,$
 $\angle DAB = \frac{2}{3}\pi, \angle BCD = \frac{3}{4}\pi$ 인 사
 각형 $ABCD$ 가 있다. 삼각형 BCD 의
 외접원의 반지름의 길이를 R_1 , 삼각
 형 ABD 의 외접원의 반지름의 길이를
 R_2 라 하자.



다음은 $R_1 \times R_2$ 의 값을 구하는 과정
 이다.

삼각형 BCD 에서 사인법칙에 의하여

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{BD}$$

이고, 삼각형 ABD 에서 사인법칙에 의하여

$$R_2 = (\text{가}) \times \overline{BD}$$

이다. 삼각형 ABD 에서 코사인법칙에 의하
 여

$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 - ((\text{나}))$$

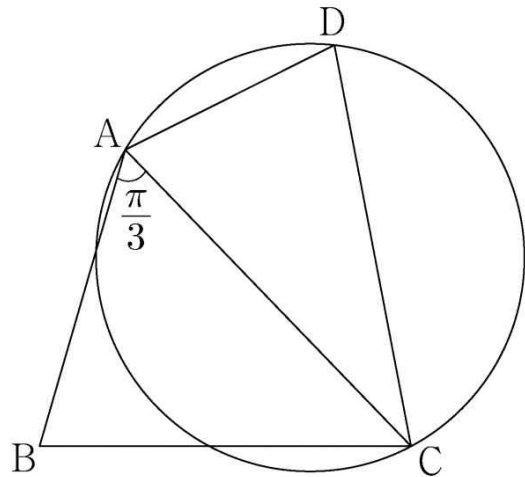
이므로

$$R_1 \times R_2 = (\text{다})$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각
 p, q, r 이라 할 때, $9 \times (p \times q \times r)^2$ 의 값을
 구하시오.

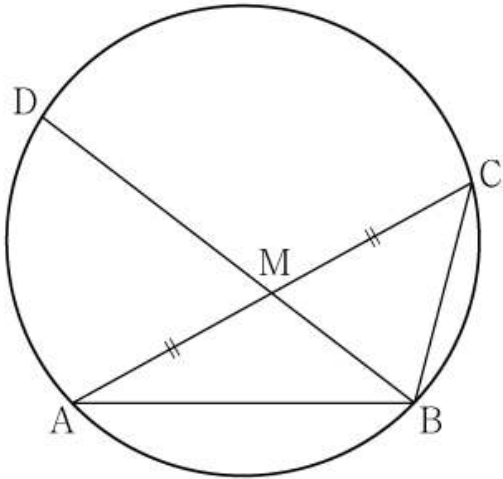
75. 그림과 같이 $\overline{AB}=3, \overline{BC}=\sqrt{13},$
 $\overline{AD} \times \overline{CD} = 9, \angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 사각
 형 $ABCD$ 가 있다. 삼각형 ABC 의
 넓이를 S_1 , 삼각형 ACD 의 넓이를
 S_2 라 하고, 삼각형 ACD 의 외접원의
 반지름의 길이를 R 이라 하자.
 $S_2 = \frac{5}{6}S_1$ 일 때, $\frac{R}{\sin(\angle ADC)}$ 의 값
 은?



- ① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$
 ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

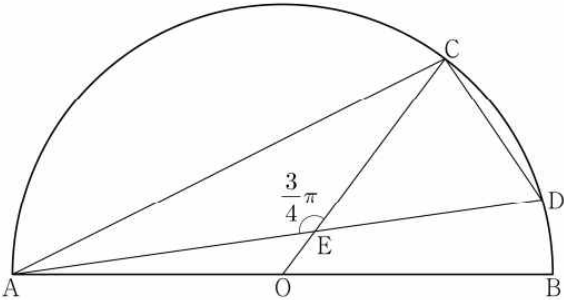
2023 기출 문제

76. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$ 이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 의 중점을 M , 삼각형 ABC 의 외접원이 직선 BM 과 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 D 라 할 때, 선분 MD 의 길이는?

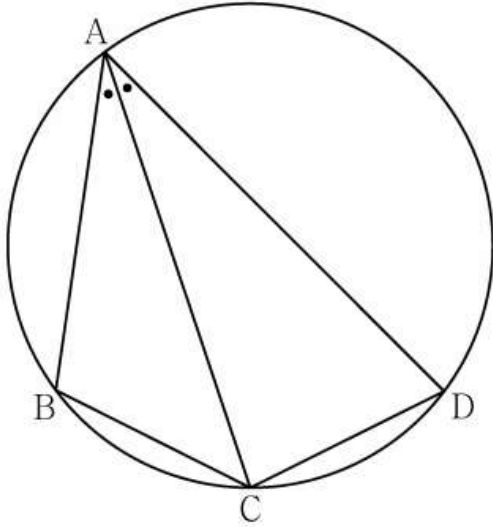


- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
- ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

77. 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D 가 있다. 선분 AB 의 중점 O 에 대하여 두 선분 AD, CO 가 점 E 에서 만나고 $\overline{CE}=4$, $\overline{ED}=3\sqrt{2}$, $\angle CEA=\frac{3}{4}\pi$ 이다. $\overline{AC}\times\overline{CD}=k\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값을 구하시오.



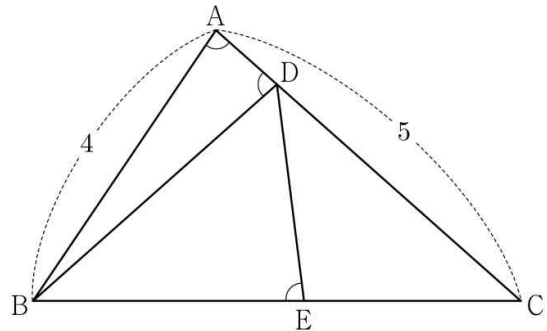
78. 그림과 같이 사각형 $ABCD$ 가 한 원에 내접하고 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=3\sqrt{5}$, $\overline{AD}=7$, $\angle BAC = \angle CAD$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
 ④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

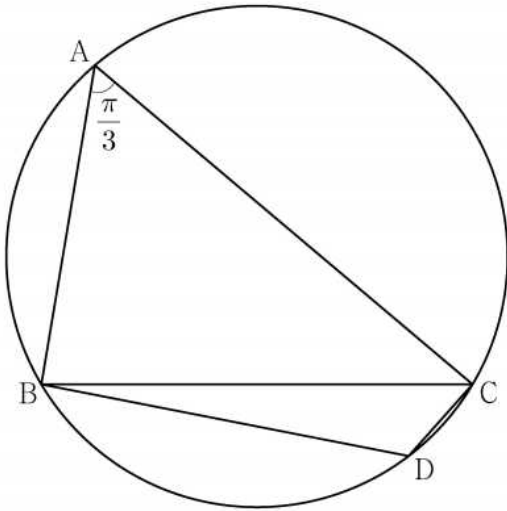
2022 기출 문제

79. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$ 이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 위의 점 D 와 선분 BC 위의 점 E 에 대하여 $\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$ 일 때, 선분 DE 의 길이는?

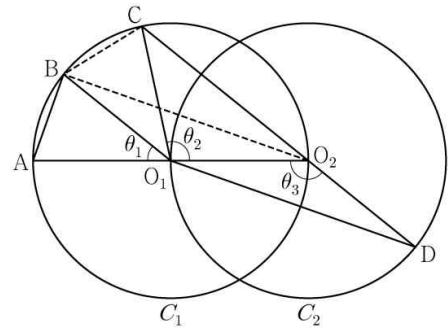


- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$
 ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

80. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 점 A 를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D 에 대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값을 구하시오.



81. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 와 원 C_2 위의 점 D 가 주어져 있고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이 때, $\angle BO_1A = \theta_1$, $\angle O_2O_1C = \theta_2$, $\angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB 와 선분 CD 의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고

$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.

이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.

$\overline{AB} = k$ 라 할 때

$\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,

$\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

삼각형 O_2BC 에서

$\overline{BC} = k$, $\overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k$, $\angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로

코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

등차수열

2024 기출 문제

82. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이라 하고, 두 집합 A, B 를 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ 라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은?

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

2023 기출 문제

83. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2a_5$, $a_8 + a_{12} = -6$ 일 때, a_2 의 값은?

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

2022 기출 문제

84. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 6$, $a_4 + a_6 = 36$ 일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

등차수열의 합

2024 기출 문제

85. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. a_7 이 13의 배수이고 $\sum_{k=1}^7 S_k = 644$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오.

2023 기출 문제

86. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은?

(가) $a_5 \times a_7 < 0$

(나) $\sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$ 이다.

- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

87. $\sum_{k=1}^{10} (4k+a) = 250$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

2022 기출 문제

88. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_6 = 2(S_3 - S_2)$ 일 때, S_{10} 의 값은?

- ① 100 ② 110 ③ 120
 ④ 130 ⑤ 140

89. 첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합을 구 하 시 오 .

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k > -100 \text{이다.}$$

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

등비수열

2025 기출 문제

90. $a_1 a_2 < 0$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_6 = 16$, $2a_8 - 3a_7 = 32$ 일 때,
 $a_9 + a_{11}$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

91. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_2 a_3 = 2$, $a_4 = 4$ 일 때, a_6 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

92. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비

수열 $\{a_n\}$ 이 $\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$ 을 만족시

킬 때, k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2024 기출 문제

93. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 $\frac{a_3 a_8}{a_6} = 12$, $a_5 + a_7 = 36$ 일

때, a_{11} 의 값은?

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

94. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $S_4 - S_2 = 3a_4$, $a_5 = \frac{3}{4}$ 일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은?

- ① 27 ② 24 ③ 21 ④ 18 ⑤ 15

2023 기출 문제

95. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = \frac{1}{4}$, $a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$ 일 때, $a_6 + a_7$ 의 값을 구하시오.

96. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 30$, $a_4 + a_6 = \frac{15}{2}$ 를 만족시킬 때, a_1 의 값을 구하시오.

2022 기출 문제

97. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 36$, $a_7 = \frac{1}{3}a_5$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오.

98. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_2 a_4 = 36$ 일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값을 구하시오.

등비수열의 합

2022 기출 문제

99. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^5 a_{2n-1}$ 의 값을 구하시오.

(가) $|a_1| = 2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$|a_{n+1}| = 2|a_n| \text{ 이다.}$$

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

여러 가지 수열1

2025 기출 문제

100. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 (a_k + 1) = 9$

이고 $a_6 = 4$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

101. $\sum_{k=1}^9 (ak^2 - 10k) = 120$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

102. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} ka_k = 36, \sum_{k=1}^9 ka_{k+1} = 7 \text{ 일 때,}$$

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.

103. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 12 \text{ 를 만족시킬 때,}$$

$\sum_{k=1}^{16} a_k$ 의 값을 구하시오.

2024 기출 문제

104. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60 \text{ 일 때, } \sum_{k=1}^{10} a_k \text{의 값}$$

은?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

105. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 34, \sum_{k=1}^{10} a_k = 10 \text{ 일}$$

때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k)$ 의 값을 구하시오.

106. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오.

107. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 10$ 일

$$\text{때, } \sum_{k=1}^5 ca_k = 65 + \sum_{k=1}^5 c \text{를 만족시}$$

키는 c 의 값을 구하시오.

108. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오.

109. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

110. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} \left(b_k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

111. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases} \text{일 때,}$$

$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하시오.

여러 가지 수열2

2025 기출 문제

112. 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} a_k \text{를 만족시킨다.}$$

$b_2 = -2, b_3 + b_7 = 0$ 일 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 9항까지의 합은?

- ① -22 ② -20 ③ -18
 ④ -16 ⑤ -14

113. $a_1 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 = 2$ 인 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$ 을 만족시킬

때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은?

- ① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

2024 기출 문제

114. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n \text{ 을 만족}$$

시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

115. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에

$$\text{대하여 } |a_6| = a_8, \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{96}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은?

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

2023 기출 문제

116. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_n = \frac{1}{n(n+1)} \text{ 일 때, } \sum_{k=1}^{10} (S_k - a_k)$$

의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

117. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 2 \text{ 를 만족시킬}$$

때, a_4 의 값을 구하시오.

2022 기출 문제

118. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서 $f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은?

- ① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

119. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13} 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

수열 고난도

2025 기출 문제

120. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_2 = -a_1$ 이고, $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n} \text{이 자연수이고 } a_n > 0 \text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15} = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱을 구하시오.

121. 양수 k 에 대하여 $a_1 = k$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0 \text{이다.}$$

$a_5 = 0$ 이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k 에 대하여 k^2 의 값의 합을 구하시오.

122. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수}) \end{cases}$$

 (나) $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수 m 의 최솟값은 3이다.

2024 기출 문제

123. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합을 구하시오.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
이다.

124. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오.

125. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오.

2023 기출 문제

126. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.
 $a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합을 구하시오.

$a_1 = 0$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases} \text{이다.}$$

127. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k} = r^k$ 이다.

(단, r 는 $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나) $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases} \text{이다.}$$

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100이하의 자연수 m 의 개수를 p 라 할 때, $p + a_1$ 의 값을 구하시오.

128. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오.

(가) $a_7 = 40$ 이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

2022 기출 문제

129. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고

$\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$