

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

1.  $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[8]{9}}$ 의 값은 ? [2점]

- ①  $\sqrt{3}$     ② 3    ③  $3\sqrt{3}$     ④ 9    ⑤  $9\sqrt{3}$

2. 함수  $f(x)=x^3+x$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1}$ 의 값은?  
[2점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

3.  $\sin\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)=-\frac{4}{5}$ 이고  $\sin\theta\cos\theta > 0$ 일 때,  $\tan\theta$ 의 값은?  
[3점]

- ①  $-\frac{4}{5}$     ②  $-\frac{3}{4}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{4}{5}$     ⑤  $\frac{4}{3}$

4. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left( \frac{2}{x+1} - a \right) = b$ 일 때,  
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{2}{9}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{4}{9}$     ⑤  $\frac{5}{9}$

5. 양수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = -\frac{1}{a}x^3$ 과 두 직선  $y = ax$ ,  $x = 2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이의 최솟값은? [3점]

- ①  $\sqrt{2}$     ② 2    ③  $2\sqrt{2}$     ④ 4    ⑤  $4\sqrt{2}$

6. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_n = 2n - 1$ 일 때, 이  $\sum_{k=1}^{10} (S_k - a_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 225    ② 285    ③ 289    ④ 385    ⑤ 440

7. 곡선  $y = x^3 + 4x + 3$  위의 점  $(-1, -2)$ 에서의 접선이 곡선  $y = x^4 + 3x + a$ 에 접할 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

8. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 관한 이차방정식  $(4n^2 - 1)x^2 - 4nx + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha_n, \beta_n$  ( $\alpha_n > \beta_n$ )일 때,  $\sum_{n=1}^{10} (\alpha_n - \beta_n)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{6}{7}$     ②  $\frac{19}{21}$     ③  $\frac{20}{21}$     ④ 1    ⑤  $\frac{22}{21}$

10. 수직선 위의 점  $A(7)$ 과 시각  $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 이 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 가 있다. 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 점  $P$ 의 속도  $v(t) = 3t^2 - 4t + a$  ( $a > 0$ )라 하자. 시각  $t=3$ 에서 점  $P$ 와 점  $A$  사이의 거리가 17일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

9.  $0 \leq x \leq 12$ 에서 함수  $f(x) = a \cos b\pi x$ 의 그래프와 직선  $y=k$ 가 서로 다른 두 점  $A, B$ 에서만 만난다. 두 점  $A$ 와  $B$ 사이의 거리가 최대가 되도록 하는 세 양수  $a, b, k$ 에 대하여  $y=f(x)$ 와  $y=-k$ 가 만나는 점을  $C$ 라 할 때, 삼각형  $ABC$ 는 정삼각형이다.  $\frac{ak}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① 81    ②  $81\sqrt{2}$     ③  $81\sqrt{3}$     ④ 162    ⑤ 243

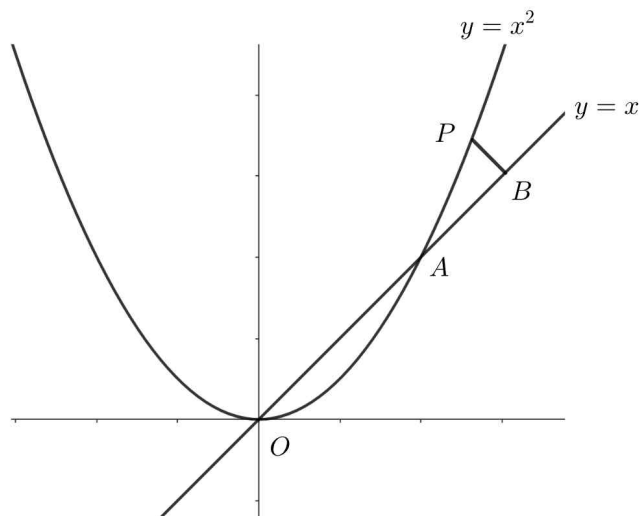
11. 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수가 2가 되도록 하는 자연수  $k$ 의 값은? [4점]

$(\sqrt{2})^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이  $-4$ 이다.

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

12. 직선  $y = x$ 와 곡선  $y = x^2$ 이 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을  $A$ 라 하자. 곡선  $y = x^2$  위의  $A$ 가 아닌 점을  $P(t, t^2)$ 이라 할 때, 점  $P$ 에서  $y = x$ 에 내린 수선의 발을  $B$ 라 하자.  $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\overline{PB}}{\overline{AB}}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{4}{9}$       ⑤  $\frac{5}{9}$





15. 함수  $f(x)$ 는  $f(x) = ||x-1|-1|$ 이다. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $h(x) = g(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(2)$ 의 값은? [4점]

(가)  $0 < x < 2$ 에서 함수  $h(x)$ 가 극대가 되는  $x$ 의 개수가 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.

(나) 닫힌구간  $[0, 2]$ 에서 함수  $h(x)$ 의 최댓값은  $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

- ①  $5-2\sqrt{2}$                       ②  $5-\sqrt{2}$                       ③ 5  
 ④  $5+\sqrt{2}$                       ⑤  $5+2\sqrt{2}$

16.  $x$ 에 대한 부등식  $4^{|x|} - 17 \times 2^{|x|} + 16 < 0$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수를 구하시오.

17. 함수  $f(x) = x^3 + ax$ 가 양의 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) \geq 2x$ 을 만족시킬 때,  $\int_0^4 f(x)dx$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 15$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{10} c(a_k - 1) = 80 \text{ 를 만족시키는 상수 } c \text{의 값을 구하시오.}$$

[3점]

19.  $y = 5^{x-3} + 2$ 의 역함수를  $y = f(x)$ 라 할 때, 함수  $y = f(x)$ 의 점근선이  $y = \tan \frac{3\pi}{b}x + 4$ 의 점근선이 되도록 하는 모든 양의 정수  $b$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

20. 함수  $f(x) = x^2$ 가 있다. 3이상의 양수  $t$ 에 대하여 점  $(t, 0)$ 과 점  $(x, f(x))$  사이의 거리가  $x = s$ 에서 최소일 때, 실수  $t$ 의 값을  $g(s)$ 라 하자. 함수  $g(s)$ 의 역함수를  $h(s)$ 라 할 때

$$\int_{18}^{132} h(s)ds \text{의 값을 구하시오.}$$

21. 두 함수  $f(x)=x+1, g(x)=3\log_2x$ 는  $f(2)=g(2), f(8)=g(8)$ 이다. 자연수  $n$  대하여 부등식  $2^{x-n} \leq (x-n-1)^3$ 을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을  $a_n$ 이라 할 때,  $\frac{1}{7} \sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.
22. 첫째항이 정수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -3a_n + 2 & (a_n < 0) \end{cases}$ 을 만족시킨다.  $a_4 + a_5 = 10$ 이 되도록 하는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{103} a_k$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값을 구하시오.



23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{3^{n-1}} - \frac{2}{4^{n+1}}}{\frac{3}{3^{n+1}} + \frac{1}{4^n}}$  의 값의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 2      ③ 9      ④ 15      ⑤ 16

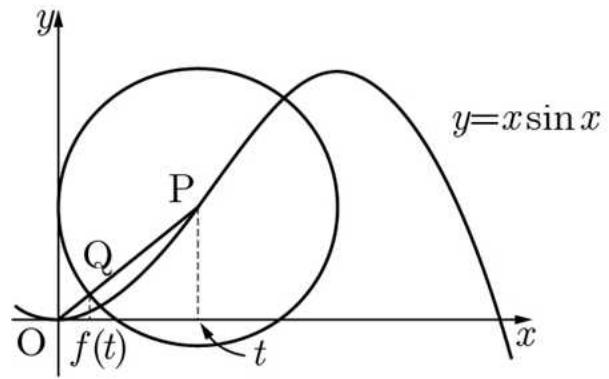
24.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k e^{\frac{k}{n}}$  의 값을 구하시오.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

25. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $A(-2, 0)$ 에서 원  $x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱을  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{4}$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{8}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{1}{4}$

26. 그림과 같이 곡선  $y = x \sin x$  위의 점  $P(t, t \sin t)$  ( $0 < t < \pi$ )를 중심으로 하고  $y$ 축에 접하는 원이 선분  $OP$ 와 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 점  $Q$ 의  $x$ 좌표를  $f(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{2t^3}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.)



- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ⑤ 1

27. 함수  $f(x) = kx^2e^{-x}$  ( $k > 0$ )이 있다.  $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$ 를 만족시키는  $f'(t)$ 의 최댓값이 1이 되도록 하는  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{e}$       ②  $\frac{1}{\sqrt{e}}$       ③  $\frac{e}{2}$       ④  $\sqrt{e}$       ⑤  $e$

28. 함수  $f(x) = (x-1)^2e^x - (ax+b)$  (단,  $a, b$ 는 실수)에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = x^2 \int_2^x f(t)dt - \int_2^x t^2 f(t)dt$ 라 하자.  $x_1 < x_2$ 인 모든 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $g(x_1) < g(x_2)$ 가 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $4a+3b$ 의 값은?

- ①  $e^2-3$     ②  $e^2-4$     ③  $e^2-5$     ④  $2e^2-3$     ⑤  $2e^2-5$

29. 함수  $f(x) = e\left\{\sin(e^x) + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ 와 상수  $k$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = \begin{cases} \ln f(x) & (x \leq a) \\ kf(x) & (x > a) \end{cases}$ 라 하자. 함수  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고  $f'(x) \neq 0$ 인 모든 실수  $a$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^m g'(a_n) = \pi$ 를 만족시키는 자연수  $m$ 의 값을 구하시오.

30. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 등식  $f(\ln t) = tg(t)$ 가 양수  $t$ 에 대하여 성립할 때, 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(t)$ 는  $t=1$ 일 때 극댓값 4를 갖는다.

$$(나) \int_1^e g(t) dt = 5$$

구간  $(0, k]$ 에서 함수  $g(x)$ 가 증가하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값  $m$ 에 대하여 구간  $(0, m]$ 에서 함수  $g(x)$ 의 역함수를  $h(x)$ 라 하자.  $\int_0^{g(m)} h(x) dx = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.