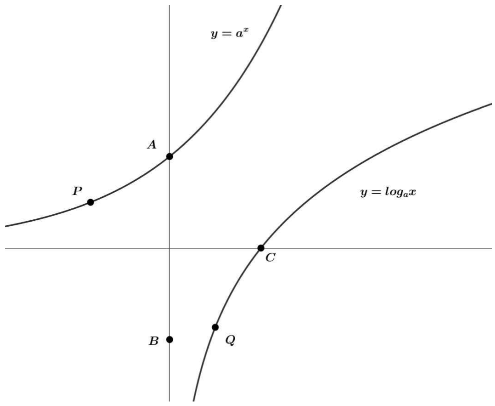
#1	**2025 수능 대비 학습지**

1. 함수 $f(x)=x^3-6x^2$에 대하여 방정식 $f(x)=f(a)$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

2. 함수 $f(x)=x^3-3ax^2-9a^2x+5\,(a>0)$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 실근의 개수가 2 이상이 되도록 하는 모든 실수 t의 값의 범위가 $-9 \le t \le b$일 때, $2a+3b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

3. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $A(0,\,1)$, $B(0,\,-1)$, $C(1,\,0)$이 있다. $1<a$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)=a^x$위의 점 P와 함수 $g(x)=\log_a x$ 위의 점 Q가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2\sqrt{3})$의 값을 구하시오.

> (가) 두 직선 AP, BP의 기울기의 곱은 -1이다.
> (나) 두 점 PQ를 지나는 직선의 기울기는 -1이고, $\angle AQP=\dfrac{\pi}{6}$이다.



4. 모든 자연수 n에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n + a_{n+1} = n$을 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{50} k(a_{k+1} - a_k) = 1125$일 때, a_1 의 값을 구하시오.

5. 상수함수가 아닌 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x) = \frac{1}{2}f(x) + 1$
(나) $(f \circ g)(x) = \int_0^x f(t)dt - 2x^2 + 6x + 10$

$x > 0$에서 함수 $h(x)$가 미분가능하고 $g(x) \leq h(x) \leq f(x)$이다. $h(1) = 4$, $h(3) = 14$일 때, $h'(1) + h'(3)$의 값을 구하시오.

6. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여 $f(n) = S_{2n-1} + S_{2n+1}$이라 하자. a_4가 11의 배수이고 $\sum_{k=1}^{4} f(k) = 832$일 때, a_8의 값을 구하시오.

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f'(t)dt = 2xf'(x) + 5x^3 - 6x^2 - 4x$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값을 구하시오.

8. 자연수 n에 대하여 두 함수 $y = x^2$와 $y = 2x + n$가 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B 사이의 거리의 제곱을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값을 구하시오.

9. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

(가) $2(a_{n+1})^2 + 3a_n a_{n+1} - 2(a_n)^2 = 0$

(나) $a_n a_{n+1} a_{n+2} < 0$

$a_{14}a_{15} > 0$일 때, $\sum_{k=1}^{5} a_{3k} = 310$일 때, $\sum_{k=1}^{5} a_{2k-1}$의 값을 구하시오.

10. 두 함수 $f(x)=x(x-4)$, $g(x)=a(x-3)$ 에 대하여 부등식 $\int_0^x f(t)dt \geq \int_0^x g(t)dt$가 모든 양의 실수 x에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수 a의 값을 구하시오.

11. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 함수 $f(x)$와 $F(x)$는 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$x^2 f(x)+F(x)=\int \left(6x^2-2x-2\right)dx$$

함수 $F(x)$가 원점을 지날 때 함수 $x \times F(x)$ 극댓값과 극솟값의 차는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

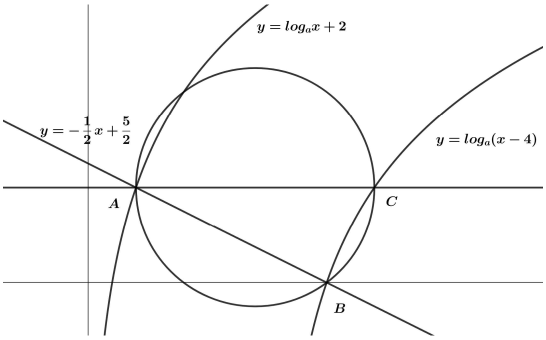
12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{9}|a_n|$의 값을 구하시오.

(가) $a_n \times a_{n+1} < 0$

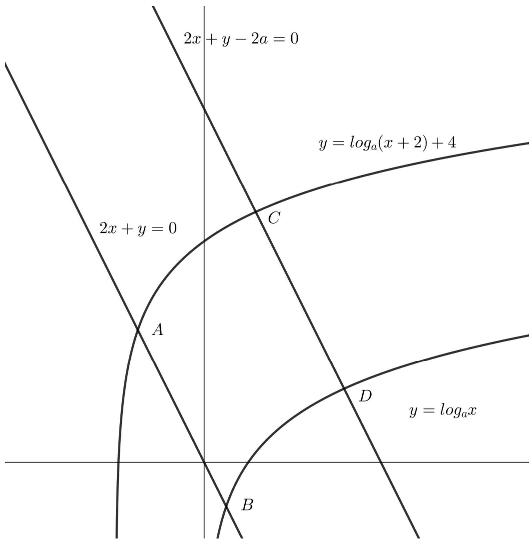
(나) $|a_{n+1}| = |a_n| + 2$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{9} a_n = 12$

13. 직선 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$가 두 함수 $y=\log_a x+2,\ y=\log_a(x-4)\,(a>1)$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_a(x-4)$과 만나는 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C는 선분 AC를 지름으로 하는 원 위에 있을 때, 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하자. $a^2\times S$의 값을 구하시오.



14. $1<a$인 실수 a에 대하여 그림과 같이 직선 $2x+y=0$과 두 곡선 $y=\log_a(x+2)+4,\ y=\log_a x$이 만나는 점을 각각 A, B라 하고 직선 $2x+y-2a=0$ 과 두 곡선 $y=\log_a(x+2)+4,\ y=\log_a x$이 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 두 선분 AB, CD와 두 곡선 $y=\log_a(x+2)+4,\ y=\log_a x$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(a)$이라 하자. 자연수 n에 대하여 $f(a)\geq n+10$을 만족시키는 자연수 a의 최솟값을 a_n이라할 때, $\sum_{n=1}^{22} a_n$의 값을 구하시오.



15. **두 수열** $\{a_n\}$, $\{b_n\}$**의 첫째항부터 제** n**항까지의 합을 각각** S_n, T_n**이라 할 때, 모든 자연수** n**에 대하여 다음을 만족시킨다.** $\sum_{k=1}^{15} b_{2k-1}$**의 값을 구하시오.**

(가) $6S_n = (a_n + 4)(a_n - 1)$

(나) $12T_n = (b_n + 3)^2$

(다) 모든 자연수 n**에 대하여** $a_n \times b_n < 0$