#1 2025 수능 대비 학습지

1. 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t>0)$에서의 속도가 각각 $v_1(t)=t(8-t)$, $v_2(t)=a(b-t)$ (단, $a>0,\, b>0$ 이다.) 일 때, 두 점 P, Q는 원점에서만 만난다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오.

2. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\int_a^x f(t)dt$(단, a는 상수이다.) 라 할 때 함수 $|g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. $g(a+4)$의 값을 구하시오.

3. 세 실수 $a,\, b,\, c$에 대하여 $2^a=3^b=6^c$이고 $bc=3$일 때, $\sqrt[3]{2^{a(b+c)}}$의 값을 구하시오.

4. $\frac{1}{8} < a < 1$**인 실수** a**에 대하여 곡선** $y = \left|\log_a x\right| + r$**과** x**축과** y**축에 동시에 접하는 원** $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$**이 만나는 두 점을 각각** A, B**라 하자. 직선** AB**가** y**축과 수직으로 만나고 선분** AB**를** $1 : 16$**으로 외분하는 점의 좌표는** $\left(0, \frac{25}{8}\right)$**이다.** $8(a+p+q+r)$**의 값을 구하시오. (단,** $p > 0, q > 0$**이다.)**

#2 2025 수능 대비 학습지

5. 첫째항이 1**인 수열** $\{a_n\}$**이 모든 자연수** n**에 대하여** $\sum_{k=1}^{n} 3a_k = (n+2)a_n$ **을 만족시킬 때,** $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n}$**의 값을 구하시오.**

6. 두 등식 $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = 3, \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 6$**을 만족시키는 두 실수** α, β**에 대하여** $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = \frac{q}{p}$**이다.** $p+q$**의 값을 구하시오. (단,** p**와** q**는 서로소인 자연수이다.)**

7. 삼차함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x+4$와 실수 t에 대하여 점 $(0,\ t)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그을 수 있는 접선의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=\alpha,\ t=\beta$에서 불연속일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.

8. 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 가진다.
(나) $f'(2-x)+f'(x+2)=0$
(다) 방정식 $(f(x)-14)(f(x)+2)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.
(라) 방정식 $|f(x)|=1$의 서로 다른 실근의 개수는 8이다.

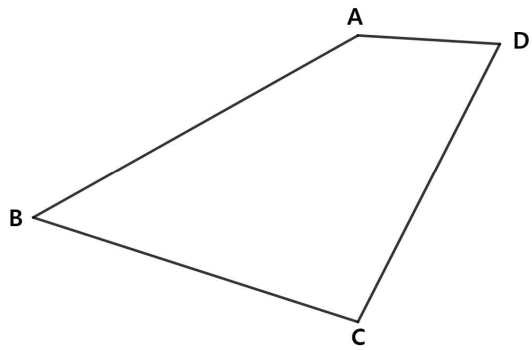
방정식 $|f(x)|=2$의 실근의 합을 구하시오.

9. 함수 $f(x)=x^3-3x+54$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{f(t)}{t}x$가 접할 때, 양수 t의 값을 구하시오.

10. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\int_x^{x+2} f(t)dt$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하시오.

> 함수 $f(x)$의 최솟값을 p라 하면,
> 함수 $g(x)$는 $x=3$에서
> 극솟값 $p-2$를 갖는다.

11. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 A, B, C, D에 대하여 $\overline{AC}=\frac{8\sqrt{21}}{5}$이고 상수 α, β에 대하여 $\angle ABC=\alpha$, $\angle ADC=\beta$라 할 때, 두 점 B, D는 $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{4}{5}$, $\cos(\alpha+\beta)=-\frac{2}{5}$을 만족하면서 움직일 때, $\overline{BD}$의 최댓값을 구하시오. (단, $\alpha<\frac{\pi}{2}$, $\beta<\frac{\pi}{2}$이다.)



12. 자연수 n에 대하여 명제 '어떤 실수 x에 대하여 $x^2+2ax+2a^2-na<0$이다.' 가 참이 되도록 하는 모든 자연수 a의 합을 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하시오.

13. 모든 항이 양수이고

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = \frac{1}{256}$인 등비수열

$\{a_n\}$에 대하여

$a_{n-3} \times a_{n-2} \times a_{n-1} \times a_n = 2^{16}$ 이고

$a_1 \times a_2 \times \cdot \cdot \cdot \times a_n = 2^{50}$일 때, 자연수

n의 값을 구하시오.

#4 **2025 수능 대비 학습지**

14. **함수** $f(x)=x^3-6x^2$**에 대하여 방정식** $f(x)=f(a)$**의 서로 다른 실근의 개수가** 2**가 되도록 하는 모든 실수** a**의 값의 합을 구하시오.**

15. $0<x\leq 4$**일 때, 방정식** $|4\sin\pi x+1|=1$**의 해의 합을 구하시오.**

16. x**절편 중의 하나가** 3**인 다항함수** $f(x)$**가 다음 조건을 만족시킨다.**

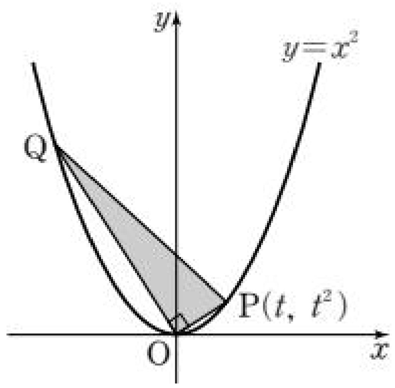
(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}\int_0^x f(t)dt=1$

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt=0$

(다) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x f'(t)dt=0$

곡선 $y=f(x)$**와** x**축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.**

17. 그림과 같이 실수 $t(0<t)$에 대하여 곡선 $y=x^2$위의 한 점을 $P(t,\,t^2)$라 할 때, 원점 O를 지나고 직선 OP와 수직인 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(t)$, 곡선 $y=x^2$과 직선 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $A(t)$라 할 때, $30\lim_{t\to 0+}\frac{t^2A(t)}{S(t)}$의 값을 구하시오.



#5 2025 수능 대비 학습지

18. 원점을 지나는 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\begin{cases} f(x+1)-1 & (x<-1) \\ f(x-1)+1 & (-1\le x) \end{cases}$ 라 할 때, 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킬 때, $|f'(-3)|$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=-1$에서 불연속이고 함수 $|g(x)|$는 $x=-1$에서 미분가능하다.

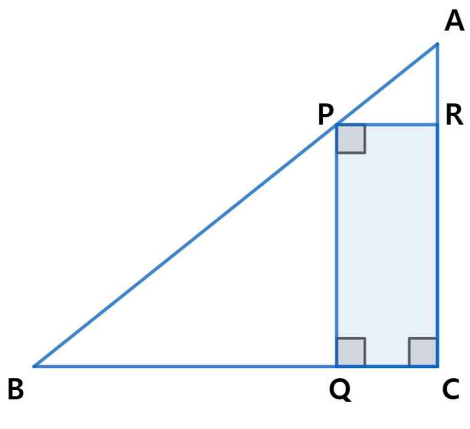
(나) 방정식 $|g(x)|=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

19. 자연수 n에 대하여 두 함수 $y=x^2$와 $y=2x+n$가 두 점 $A,\ B$에서 만날 때, 두 점 $A,\ B$ 사이의 거리의 제곱을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값을 구하시오.

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 1이고 일차항의 계수가 0인 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최솟값을 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오.

함수 $g(x)=\lvert f(x)\rvert$라 할 때, 함수 $g(x)$는 한 개의 극댓값과 두 개의 극솟값을 갖고 극댓값은 36이고 모든 극값의 합은 40이다.

20. 그림과 같이 $\overline{AB}=5,\ \overline{BC}=4,\ \angle C=90^\circ$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB위의 한 점 P에서 두 선분 BC와 AC에 내린 수선의 발을 각각 $Q,\ R$이라 하자. 선분 $PR,\ PQ,\ QB$의 길이가 순서대로 등비수열을 이룰 때, 사각형 $PQCR$의 둘레의 길이는 $\frac{p}{q}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



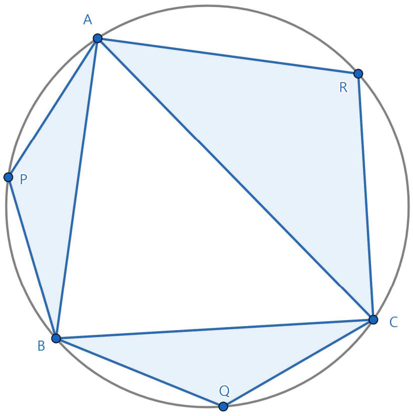
22. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_{10} = \frac{a_2}{5}$이다. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_n의 최솟값은 -198이다. a_{20}의 값을 구하시오.

#6 2025 수능 대비 학습지

23. 자연수 n에 대하여 이차부등식 $x^2 - 3nx + 2n^2 \le 0$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$의 값을 구하시오.

24. 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC에 대하여 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=7$, $\overline{CA}=8$일 때, 호 AB, BC, CA를 각각 이등분하는 점을 P, Q, R이라 하자.



다음은 세 이등변삼각형 APB, BQC, CRA의 넓이의 합을 구하시오.

25. 원 $x^2+y^2=4$과 직선 $y=mx$의 교점 중 제 1 사분면 위의 점을 P, 원 $x^2+y^2=4$와 $y=-\dfrac{1}{m}x$의 교점 중 제 2 사분면 위의 점을 Q라 하자. 점 $A(2,0)$에 대하여 $\angle AOP=\alpha$, $\angle AOQ=\beta$라 할 때, $\sin\alpha\sin\beta$의 최댓값을 M라 할 때, $100M^2$의 값을 구하시오. (단, $m>0$이고 O는 원점이다.)

26. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $0<a<b$인 두 실수 a, b에 대하여

$$(x^2-6x+8)|x-a|=\int_b^x f(t)dt$$를

만족시킨다. a^2+b^2의 값을 구하시오.

#7 2025 수능 대비 학습지

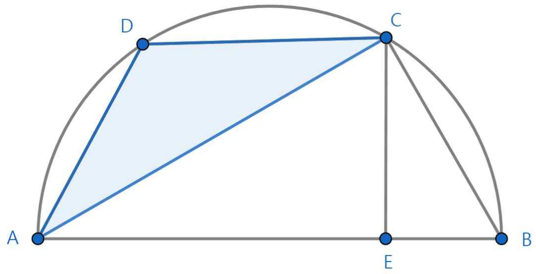
27. 양의 실수로 이루어진 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1{}^2 + a_2{}^2 + \cdots + a_n{}^2 = n^2 + 2n$을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{36} \frac{1}{a_k + a_{k+1}}$ 의 값을 구하시오.

28. 좌표평면에서 실수 k의 값에 관계없이 곡선 $y = 2(x-k)^2 - 4x + 8k + 3$이 직선 $y = ax + b$에 접할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

29. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9a^2x + 5\,(a > 0)$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x) = f(t)$의 서로 다른 실근의 개수가 2 이상이 되도록 하는 모든 실수 t의 값의 범위가 $-9 \le t \le b$일 때, $2a + 3b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

30. 함수 $f(x) = \int_a^x (1-t^2)dt$에 대하여 $g(x) = \int_{-1}^x |f'(t)|dt + f(x)$라 하자. 부등식 $|g(x)| < b$의 해가 $-1 < x < 1$가 되도록 양수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

31. 그림과 같이 길이가 10 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위를 움직이는 점 C 가 있다. 점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 E, 호 AC 의 중점을 D 라 하고, $\triangle ABC$ 의 넓이를 S, $\triangle BCE$ 의 넓이를 T 라 하자. $\frac{S}{T}=\frac{25}{9}$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하시오.



32. 자연수 k 에 대하여 6^k 의 양의 약수의 개수를 $f(k)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{\sqrt{f(k)}\sqrt{f(k+1)}}$ 의 값을 구하시오.

33. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=-x^2+2x$ $(0 \le x < 2)$
(나) $f(x+2)=2f(x)$

$g(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}$ 라 할 때, 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} g(k)=126$ 인 자연수 n 의 합을 구하시오.

34. 자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)(x-n)(x-2n)(x-3n)|$는 $x=2n$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여
$f(a) \le f(x)$를 만족하는 $f(a)=-2n^3$ 이다.

$f(5n)$의 약수의 개수가 32개가 되도록 하는 30 이하의 모든 자연수의 합을 구하시오.

#9 2025 수능 대비 학습지

35. 함수 $y=2\log_2(x-2)$의 그래프의 점근선이 함수 $y=\tan(a\pi x)$의 그래프의 점근선이 되도록 하는 양수 a의 최솟값을 p라 할 때, $60p$의 값을 구하시오.

36. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 $f(0)=0$,

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(2x-1)}{f(x)}=8,\ \lim_{x\to 0}\frac{f(2x-1)}{f(x)}=-1$$

을 만족시킬 때, $\int_{-2}^{2} f(x)dx$의 값을 구하시오.

37. **역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=0,\ f(2)=2$이고 함수 $|f(x)-x|$는 오직 $x=0$에서만 미분가능하지 않다. $f(4)$의 최댓값을 구하시오.**

38. $2 \le n \le 10,\ 2 \le m \le 10$**인 자연수 $n,\ m$에 대하여 $nm-6n$의 n제곱근 중 서로 다른 실수인 것의 개수를 a라 하고, $nm-6n$의 m제곱근 중 서로 다른 실수인 것의 개수를 b라 하자. $a+b=2$가 되도록 하는 $n,\ m$의 모든 순서쌍 $(n\,,m)$의 개수를 구하시오.**

#10 2025 수능 대비 학습지

39. **자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.**

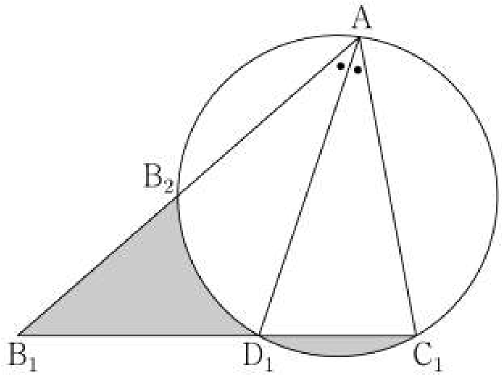
(가) $2(a_{n+1})^2+3a_na_{n+1}-2(a_n)^2=0$

(나) $a_na_{n+1}a_{n+2}<0$

$a_{14}a_{15}>0$**일 때,** $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}a_{3k}=310$**일 때,** $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}a_{2k-1}$**의 값을 구하시오.**

40. 두 함수 $f(x)=1-\left(\frac{a}{4}\right)^{x}$, $g(x)=\left(\frac{a}{4}\right)^{1-x}-b$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 제 1사분면과 제 3사분면에서 만나고 제 1사분면에서 만나는 교점의 x좌표를 p라 할 때 $2\le p<3$이 되도록 하는 자연수 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오.

41. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=3$, $\overline{AC_1}=2$이고 $\angle B_1AC_1=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 AB_1C_1이 있다. $\angle B_1AC_1$의 이등분선이 선분 B_1C_1과 만나는 점을 D_1, 세 점 A, D_1, C_1을 지나는 원이 선분 AB_1과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_2라 할 때, 두 선분 B_1B_2, B_1D_1과 호 B_2D_1으로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1과 호 C_1D_1으로 둘러싸인 부분인  모양의 넓이를 S라 하자. $S+\overline{AD_1}=\frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



42. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $\left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자 연 수 이 다 .)

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2뿐이다. (나) $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{16}{5}$이다.

43. 좌표평면 위의 점 $A(-3,\,0)$와 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직이는 두 점 P, Q에 대하여 $\angle PAQ=\theta$라 할 때, $\cos\theta$의 최댓값과 최솟값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

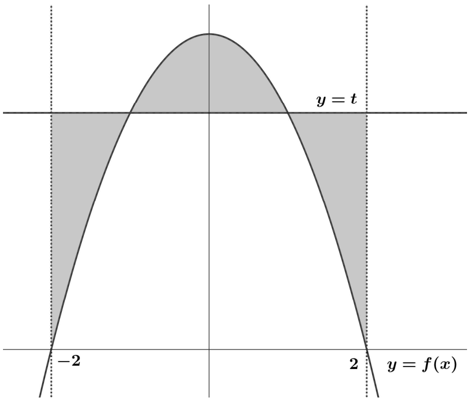
#11 2025 수능 대비 학습지

44. **실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $[\{f'(x)\}^2-1]\{f(x)+x^2-2\}=0$을 만족시킨다. $f(1)=1$을 지나는 모든 $f(x)$에 대하여 $\int_{-1}^{2}f(x)dx$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)**

45. **곡선 $y=\frac{1}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$ 위의 점 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$에서의 접선이 원 $x^2+y^2=1$위의 점 $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ 에서 접할 때, $30\times(\sin\theta+\cos\theta)$의 값을 구하시오.**

46. **자연수 $n,\ a,\ b$에 대하여 $\log_a b=\frac{n}{2}$을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{6}f(n)$의 값을 구하시오. (단, $2\le a\le 100, 2\le b\le 100$)**

47. 그림과 같이 곡선 $f(x)=4-x^2$와 세 직선 $y=t,\ x=-2,\ x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)(0<t<4)$라 할 때, $S(t)$의 최솟값을 구하시오.



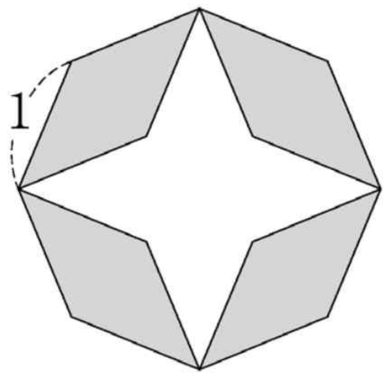
48. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> a_1은 자연수이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases} n & \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k < n\right) \\ 0 & \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k \geq n\right) \end{cases}$$ 이다.

자연수 k에 대하여 $a_k=1024$가 되도록 하는 자연수 a_1의 값을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때 n번째 수를 b_n이라 하자. $\displaystyle\sum_{k=1}^{8} b_k$의 값을 구하시오.

#12 2025 수능 대비 학습지

49. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정팔각형의 넓이를 A라 하고, 정팔각형의 이웃한 두 변을 변으로 하는 4개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 그렸을 때, 이 평행사변형 4개를 색칠한 부분의 넓이를 B라 할 때, $A-B$의 값을 구하시오.



50. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 자연수 n에 대하여 a_{n+1}은
> a_n+n을 4로 나눈 나머지이다.

$\sum_{k=1}^{100} a_k = 178$가 되도록하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오.

51. **자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$를 $(x-1)^n$으로 나눈 몫과 나머지가 모두 함수 $g(x)$라 할 때,**

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-g(x)}{(x-1)^4}=n+\{f(1)\}^4$$ **을**

만족시킨다. $f(2)$의 값을 구하시오.

52. **공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_{12}=a_{12}$이고 임의의 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} S_k$의 최솟값이 -330일 때, a_{20}의 값을 구하시오.**

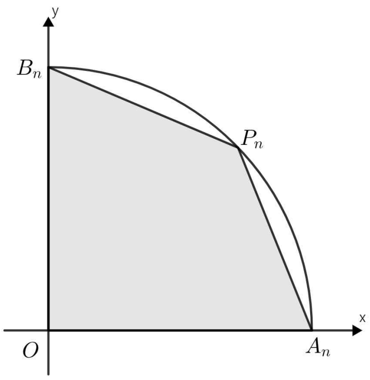
53. $2 \le m \le 30$, $-5 \le n \le 5$인 정수 m, n에 대하여 $\sqrt[m]{\left(-\frac{1}{64}\right)^n}$이 양의 정수가 되도록 하는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 a, 음의 정수가 되도록 하는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

#13 2025 수능 대비 학습지

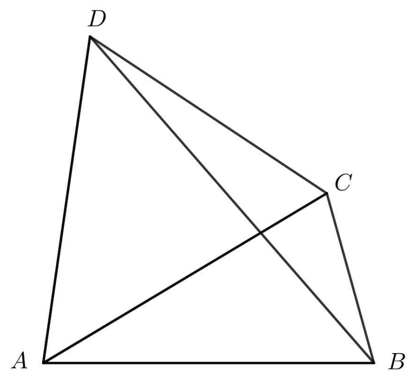
54. $t \ge 0$일 때, 모든 실수 x에 대하여 $\frac{1}{2}\left|x^2-4\right|+t-ax \ge 0$가 성립하도록 하는 a의 최댓값을 $g(t)$라 할 때, $g(2)+g(10)$의 값을 구하시오.

55. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=\left|3^{3-x}-a\right|$라 할 때, 방정식 $f(x)=n$의 서로 다른 양의 실근의 개수를 $g(n)$이라 할 때, $g(n)=1$을 만족시키는 자연수 n의 개수가 1이상이고 4이하가 되도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오.

56. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 원점 O를 중심으로 하고 두 점 $A_n\left(512^{\frac{1}{n}},\ 0\right)$, $B_n\left(0,\ 512^{\frac{1}{n}}\right)$을 지나는 부채꼴 OA_nB_n의 호 $\overset{\frown}{A_nB_n}$ 위에 점 P_n이 있다. 사각형 $OA_nP_nB_n$의 넓이의 최댓값을 $f(n)$이라 할 때, $f(n)$이 1보다 큰 자연수가 되도록하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.



57. 그림과 같이 사각형 $ABCD$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=10$ 이고 $\cos(\angle BCD)=-\frac{4}{5}$ 라 할 때, $\overline{BD}$ 의 값을 구하시오.



58. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)|-2|x-1|$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $g(4)=-6$

$\int_{1}^{4}|f(x)|dx=\frac{p}{q}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

#14 2025 수능 대비 학습지

59. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x^2+k & (x<2) \\ x^3-12x^2+46x-50 & (x\geq 2) \end{cases}$$ 이다.

실수 t에 대하여 직선 $y=x+t$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 3개 일 때, k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 하자. m^2+M^2의 값을 구하시오.

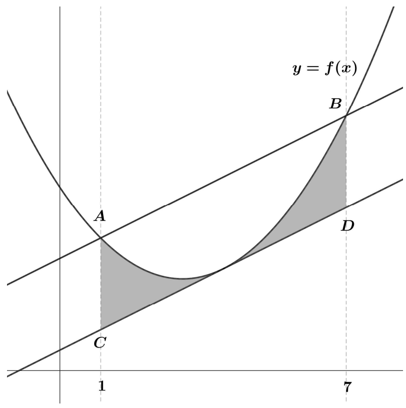
60. $0 \le x \le 12$**에서 함수** $f(x)= a\cos b\pi x$**의 그래프와 직선** $y = k$**가 서로 다른 두 점** $A,\ B$**에서만 만난다. 두 점** A**와** B**사이의 거리가 최대가 되도록 하는 세 양수** $a,\ b,\ k$**에 대하여** $y = f(x)$**와** $y =- k$**가 만나는 점을** C**라 할 때, 삼각형** ABC**는 정삼각형이다.** $\dfrac{ak}{b}$**의 값을 구하시오.**

61. 두 함수 $f(x)= x(x-4),\ g(x)= a(x-3)$**에 대하여 부등식** $\displaystyle\int_0^x f(t)dt \ge \int_0^x g(t)dt$**가 모든 양의 실수** x**에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수** a**의 값을 구하시오.**

62. 그림과 같이 $n\times n$개의 정사각형의 빈 칸에 첫 번째 줄에는 $1, 2, 3, \cdots, n$을 써 넣고, 두 번째 줄에는 $2, 4, 6, \cdots, 2n$, 세 번째 줄에는 $3, 6, 9, \cdots, 3n$을 써 넣는다. 같은 방식으로 계속하여 n 번 째 줄에는 $n, 2n, 3n, \cdots, n^2$을 써 넣는다. 그림의 어두운 부분의 모든 수의 합을 a_n이라 할 때, a_n이 12의 배수가 되도록 하는 50이하의 두 자리 자연수 n의 개수를 구하시오.

1	2	3	4	$\cdots$	n
2	4	6	8	$\cdots$	$2n$
3	6	9	12	$\cdots$	$3n$
4	8	12	16	$\cdots$	$4n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
n	$2n$	$3n$	$4n$	$\cdots$	n^2

63. 그림과 같이 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$위에 두 점 $A(1, f(1)), B(7, f(7))$이 있다. 이 곡선에 접하고 직선 AB와 평행한 직선이 두 직선 $x=1, x=7$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 평행사변형 $ABDC$의 넓이가 $\frac{27}{2}$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 직선 CD와 직선 $x=1, x=7$로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



#15 2025 수능 대비 학습지

64. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> **(가)** 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(4,\ f(4))$에서의 접선은 점 $(1,\ f(1))$을 지난다.
>
> **(나)** 방정식 $f(x)=f(5)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
>
> **(다)** 도함수 $f'(x)$는 최댓값 6을 갖는다.

방정식 $f(x)=f(5)$의 서로 다른 두 실근이 $\alpha,\ 5(\alpha<5)$일 때, $\displaystyle\int_{\alpha}^{5}|f(5)-f(x)|\,dx$의 최댓값을 구하시오.

65. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$과 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 수열 $\{f'(a_n)\}$은 첫째항이 1이고 공차가 12인 등차수열이다.

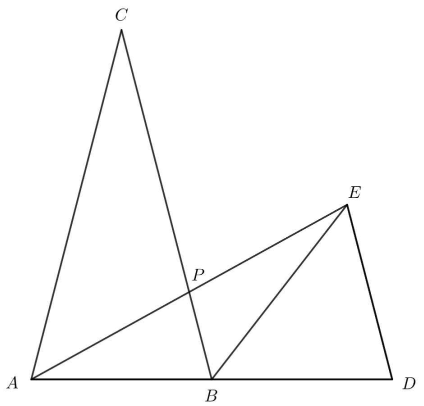
$\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\{f(a_{n+1})-f(a_n)\}=1830$일 때, $\displaystyle\int_{1}^{13}f'(x)dx$의 값을 구하시오.

66. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=4x^3-(4a+2)x^2+a+1+\int_{x}^{1}f(t)dt$$

를 만족시킨다. $5f(1)=9\displaystyle\int_{0}^{1}f(t)dt$일 때, $a-f'(1)$ 의 값을 구하시오.

67. 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC와 $\overline{DA}=\overline{EA}$인 이등변삼각형 ADE가 있다. 선분 BC와 선분 AE의 교점을 P라 할 때, 삼각형 ABE와 삼각형 BDE의 외접원의 넓이의 비는 $4:1$이고 점 B가 선분 AD의 중점이고 직선 BC와 직선 DE는 평행하다. $\overline{BE}=2\sqrt{6}$일 때, 삼각형 ACP의 넓이는 S이다. S^2의 값을 구하시오.



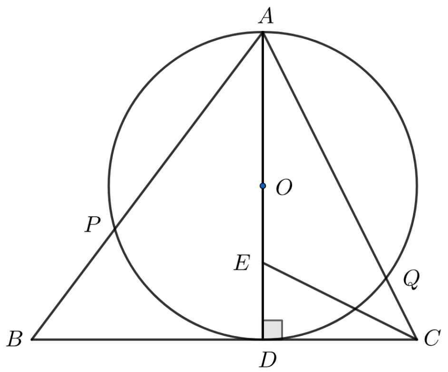
68. 모든 자연수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=2^k\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-2k+2)\right)$$

$(2k-2\leq x\leq 2k)$이다. 모든 자연수 n에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 곡선 $y=\log_4(x-2n+2)$이 만나는 모든 점들의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 자연수 a, b에 대하여 $an-b<a_n<an-b+1$을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오.

#16 2025 수능 대비 학습지

69. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자. 선분 AD를 지름으로 하는 원의 중심을 O라 하고 선분 AB와 원이 만나는 점을 P, 선분 AC와 원이 만나는 점을 Q라 하자. 선분 OD의 중점을 E라 할 때, $\overline{CE}=\sqrt{5}$ 이다. 삼각형 APQ의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



70. 최고차항의 계수가 -1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 삼차식 $f(x)$는 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$로 나누어떨어지고 그 때의 몫을 $g(x)$라 하자. 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)g(x)$라 하자. $f'(4)=1$, $g(4)=3$일 때, 곡선 $h(x)$위의 한 점 $(4, h(4))$에서의 접선과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

71. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때,

$$v(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 11t$$ 이다.

(나) $t \geq 2$일 때, $a(t) = m$ 이다.

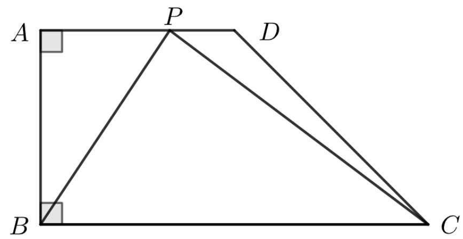
점 P가 원점을 출발하여 다시 원점으로 돌아오는 데까지 움직인 거리가 100일 때, 원점을 통과하는 순간의 속력을 구하시오.

72. 함수 $y = a^x$(단, $a > 1$)의 그래프 위의 x좌표가 양수인 점 A와 함수 $y = \log_{\frac{1}{a}} x$의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하시오.

(가) $3\overline{OA} = \overline{OB}$이고 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2$

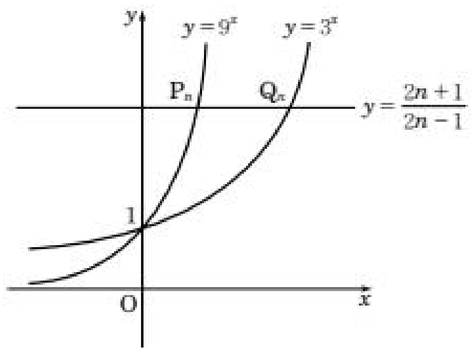
(나) 직선 OB의 기울기는 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

73. 그림과 같은 사다리꼴 $ABCD$에 대하여 $\overline{AB}=\overline{AD}=1$, $\overline{BC}=2$, $\angle A=\angle B=\frac{\pi}{2}$이다. 선분 AD에 임의의 점 P을 때, $\overline{PB}\times\overline{PC}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $(Mm)^2$의 값을 구하시오.



#17 2025 수능 대비 학습지

74. 자연수 n에 대하여 직선 $y=\frac{2n+1}{2n-1}$이 두 곡선 $y=9^x$, $y=3^x$ 과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n이라 할 때, $30\times\sum_{n=1}^{121}\overline{P_nQ_n}$의 값을 구하시오.



75. 함수 $f(x)=\begin{cases} -48 & (x<1) \\ 4(x-2) & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\int_0^x t(t-1)f(t)\,dt$ 라 하자. 자연수 n에 대하여 방정식 $g(x)=n$의 실근의 개수를 수열 $\{a_n\}$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값을 구하시오.

76. 다항함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $\int_a^{x-1} f(t)\,dt = x^2-6x$를 만족시킨다. (단, $a>0$인 상수) $a+\int_0^{10} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

77. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{15}=S_{20}$일 때, $S_n=0$을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

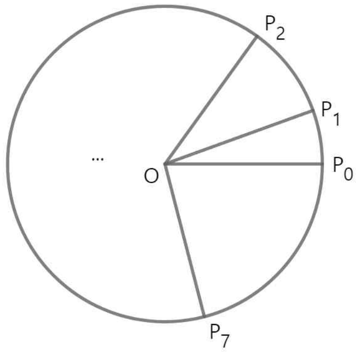
#18 2025 수능 대비 학습지

78. 다음은 평균값 정리에 대한 설명이다.

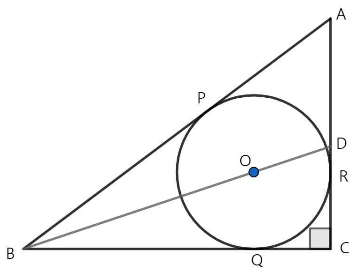
> 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고
> 구간 (a, b) 에서 미분가능할 때,
> $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가
> a와 b사이에 적어도 하나 존재한다.

닫힌구간 $[2, 4]$에서 정의된 함수 $f(x)=x^2+4x+2$에 대하여 평균값 정리를 만족시키는 c의 값을 구하시오.

79. 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O에 대하여 부채꼴 P_0OP_1의 넓이를 a_1, 부채꼴 P_1OP_2의 넓이를 a_2, • • • , P_7OP_0의 넓이를 a_8이라할 때, 수열 $\{a_n\}$은 순서대로 등차수열을 이룬다. $1 \le n \le 7$인 자연수 n에 대하여 삼각형 $P_{n-1}OP_n$의 넓이를 S_n, $\triangle P_7OP_0$를 S_8이라 할 때, $\sum_{n=1}^{8} {S_n}^2$ 의 값을 구하시오.



80. 그림과 같이 $\angle C$가 직각인 삼각형 ACB가 있다. 이 삼각형 ACB에 내접하는 반지름이 3인 원의 중심을 O라 하고, 직선 BO가 선분 AC와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{CD}=4$이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 P, Q, R은 원과 삼각형의 접점이다.)



<보기>

ㄱ. $\sin(\angle DOR)=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ 이다.

ㄴ. $\overline{AD}=7$ 이다.

ㄷ. 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 $\dfrac{125}{2}\pi$이다.

① ㄱ ② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

#19 2025 수능 대비 학습지

81. 첫째항이 2이고 공비가 -2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n=a_n\log_3|a_n|$, $(n\ge 1)$이라 할 때, 임의의 자연수 n에 대하여 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}b_n=\frac{2\log_3 2}{9}(1-f(n))$이라 하자. $\dfrac{b_3}{f(4)}$의 값은?

① $\dfrac{3\log_3 2}{26}$ ② $\dfrac{2\log_3 2}{13}$ ③ $\dfrac{5\log_3 2}{26}$
④ $\dfrac{3\log_3 2}{13}$ ⑤ $\dfrac{7\log_3 2}{26}$

82. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=(x+1)^2$ 위의 점 $(n-1, n^2)$과 점 $(n, (n+1)^2)$을 연결한 선분을 대각선으로 갖고 가로는 x축과 평행한 직사각형의 넓이를 S_n, 점 $(n+1, (n+2)^2)$와 점 $(n, (n+1)^2)$을 연결한 선분을 대각선으로 갖고 가로는 x축과 평행한 직사각형의 넓이를 T_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{14}\frac{1}{S_n T_n}=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

83. 좌표평면에서 점 $(4, 2)$과 직선 $y=mx$ 사이의 거리는 $3\sqrt{2}$이다. 직선 $y=mx$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta_1, \theta_2\left(\frac{\pi}{2}<\theta_1<\theta_2<\pi\right)$라 할 때, $\sin\theta_1\cos\theta_2$값은?

① $-\frac{1}{10}$ ② $-\frac{3}{10}$ ③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{7}{10}$ ⑤ $-\frac{9}{10}$

84. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} 4x+9 & \left(x<-\frac{3}{2}\right) \\ -2x & \left(-\frac{3}{2}\le x\le\frac{3}{2}\right) \\ 4x-9 & \left(x\ge\frac{3}{2}\right) \end{cases}$$

이다.

두 양수 t, k에 대하여 두 집합 A, B를 각각 $A=\{x\,|\,f(x)<t\}$, $B=\{x\,|\,|x|<k\}$라 할 때, $B\subset A$를 만족시키는 k의 최댓값을 함수 $g(t)$라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(t)$에 대하여 함수 $g(t)h(t)$가 모든 양의 실수 t에 대하여 미분가능할 때, $g(2)+\int_3^6 h(t)dt$의 값을 구하시오.

85. 함수 $f(x)=x^4-8x^3+16x^2$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\int_a^x f(t)dt$(단, a는 상수이다.)라 할 때, 방정식 $g(f(x))=g(a-f(x))$가 서로 다른 세 실근을 α, β, γ를 갖는다. $a+\alpha+\beta+r$의 값을 구하시오.

#20 2025 수능 대비 학습지

86. 자연수 n에 대하여 집합 A_n을 $A_n=\{x \mid x\text{는 } n\text{의 약수}\}$라 할 때, 집합 A_n의 원소의 개수가 홀수일 때의 n을 작은 수부터 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오.

87. 자연수 n과 삼차함수 $f(x)=x^3-12x^2+36x$에 대하여 $g(x)=|f(x)-f(n)|$이라 할 때, $g(x)$가

$$\lim_{t \to 0+} \frac{g(a+t)-g(a)}{t} \times \lim_{t \to 0-} \frac{g(a+t)-g(a)}{t} < 0$$

을 만족시키는 실수 a의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오.

88. 이차함수 $f(x)=(x-3)^2+2$가 있다. 구간 $[t-1, t+1]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 하자. $\int_0^6 g(t)dt=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

89. 자연수 n에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 a_n이라 하자.

가. 정사각형의 각 변은 $y=x$, $y=-x$와 평행하고 두 대각선의 교점은 $y=\frac{n}{x}$ 에 존재한다.

나. 정사각형의 꼭짓점의 x좌표와 y좌표는 음이 아닌 정수이다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값을 구하시오.

90. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시키고

$$f(x)=\begin{cases} -2x-2 & \left(-1 \leq x < -\dfrac{1}{2}\right) \\ 2x & \left(-\dfrac{1}{2} \leq x \leq \dfrac{1}{2}\right) \\ -2x+2 & \left(\dfrac{1}{2} < x \leq 1\right) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} 1-|x-t| & (|x-t| \leq 1) \\ 0 & (|x-t| > 1) \end{cases}$$

이다. 어떤 홀수 k에 대하여 함수 $h(t)=\displaystyle\int_k^{k+8} g'(x)f(x)dx$가 $t=\alpha$에서 극대이고 $h(\alpha)>0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_m$($m$은 자연수)라 할 때, $\displaystyle\sum_{i=1}^{m} a_i = 45$ 이다. $k+\displaystyle\sum_{i=1}^{m} h(\alpha_i)$의 값을 구하시오.