

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

$2^2 = 4$

2. 함수 $f(x)$ 가

$f'(x) = 3x^2 - 2x, f(1) = 1$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

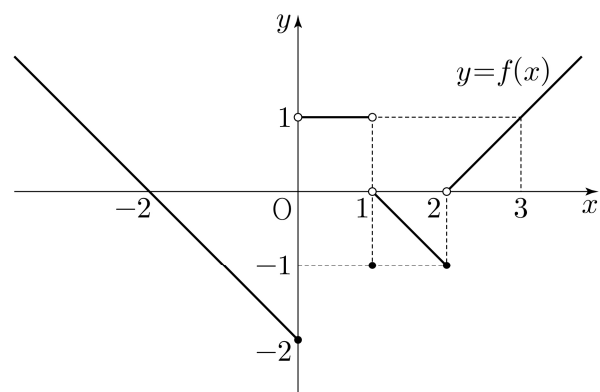
$f(x) = x^3 - x^2 + 1, f(2) = 5$

3. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

$\sin\theta = -\frac{12}{13}, \cos\theta = -\frac{5}{13}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 3)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$g'(x) = 2xf(x) + (x^2 + 3)f'(x)$$

$$g'(1) = 4 + 4 = 8$$

6. 곡선 $y = 3x^2 - x$ 와 직선 $y = 5x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\frac{3}{6}(2-0)^3 = 4$$

7. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_6 = 2(S_3 - S_2)$$

일 때, S_{10} 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$$a_6 = 2a_3$$

$$a_3 = 3d, d = 2$$

$$S_{10} = \frac{10(2+20)}{2} = 110$$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+6 & (x < a) \\ 2x-a & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$-2a+6 = 2a-a, a = 2$$

$$-2a+6 = -a, a = 6$$

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$$a_{12} = \frac{1}{2}, a_{11} = 2, a_{10} = \frac{1}{4}, a_9 = 4, a_8 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = 4, a_4 = \frac{1}{2}$$

10. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

$$-\log_n 4 + 1 > 0, \quad -\log_n 5 + 1 < \log_n 2$$

$$4 < n < 10, \quad \frac{5(5+9)}{2} = 35$$

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가

다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^2 g(x) dx$ 의 값은? [4점]

(가) $g(x) = \begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1 < x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

$$\int_{-1}^0 g(x) dx = \frac{5}{6}$$

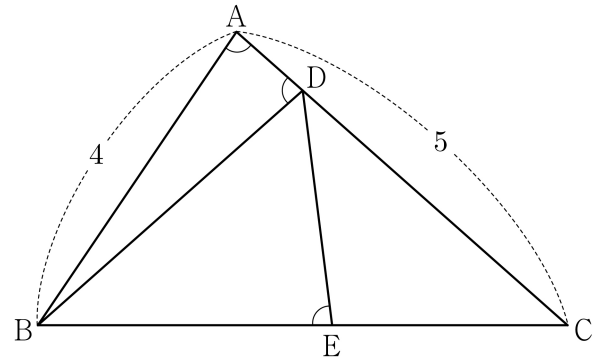
$$\int_{-3}^2 g(x) dx = 2 + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$$

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

$$\overline{AD} = 1, \quad \overline{BD} = \overline{CD} = 4$$

$$\overline{BC} = \sqrt{16 + 25 - 2 \times 4 \times 5 \times \frac{1}{8}} = 6$$

$$\overline{DE}^2 - \left(\frac{1}{8}\overline{DE}\right)^2 = 4^2 - 3^2$$

$$\overline{DE} = \frac{8}{3}$$

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

$$f(\sqrt{1}) = f(\sqrt{4}) = f(\sqrt{9}) = f(\sqrt{16}) = 1$$

$$f(\sqrt{k}) = 3 \quad (k \neq 1, 4, 9, 16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3} &= \frac{20(21)}{2} - (1+4+9+16) + \frac{1+4+9+16}{3} \\ &= 190 \end{aligned}$$

14. 두 양수 p, q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x-p) + qx|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$xg(x) = |x\{f(x-p) + q\}|$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f(-1) = -7, \quad f(3) = -39$$

$$p = 1, \quad q = 7$$

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

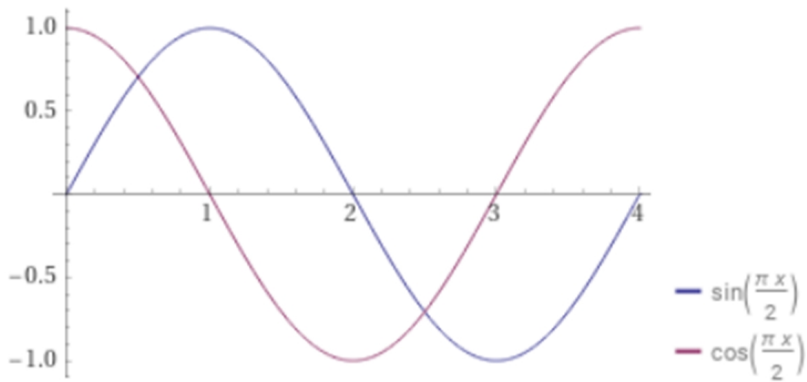
ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

ㄴ. $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{2} \text{ 이면 } t_1 \times t_2 = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



ㄱ. $\frac{\alpha(t) + \beta(t)}{2} = \frac{5}{2}$ 이므로 참

ㄴ. $0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\beta(t) - \alpha(t) = 3, \beta(0) - \alpha(0) = 3$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2) = k$ 라 하면

$$\cos k = t_2, \sin k = t_1 \quad \text{이므로 거짓}$$

$$\cos k - \sin k = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2t_1 \times t_2 = \frac{1}{4}, t_1 \times t_2 = \frac{3}{8}$$

단답형

16. $\log_4 \frac{2}{3} + \log_4 24$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_4 \frac{2}{3} \times 24 = 2$$

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 12$ 가 $x = a$ 에서 극소일 때, $a + f(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

$$f'(x) = 3x^2 - 3, a = 1, f(1) = 10$$

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 36, \quad a_7 = \frac{1}{3}a_5$$

일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

$$\frac{a_7}{a_5} = r^2 = \frac{1}{3}, \quad a_6 = a_2 \times r^4 = 4$$

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t + k$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 점 P의 위치는 0이고, 시각 $t=1$ 에서 점 P의 위치는 -3 이다. 시각 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

$$x(t) = t^3 - 2t^2 + kt, \quad x(1) = -1 + k = -3, \quad k = -2$$

$$x(3) = 3, \quad x(1) = -3, \quad x(3) - x(1) = 6$$

20. 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$g(x) = f(x) \int_a^x \{f(t)\}^4 dt - \int_a^x \{f(t)\}^5 dt$$

$$g'(x) = f'(x) \int_a^x \{f(t)\}^4 dt$$

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 45 = 3(x-3)(x-5)$$

$$\int_a^x \{f(t)\}^4 dt < 0 \quad (x < a)$$

$$\int_a^x \{f(t)\}^4 dt = 0 \quad (x = a)$$

$$\int_a^x \{f(t)\}^4 dt > 0 \quad (x > a)$$

$a = 3$ or 5 일 때 오직 하나의 극값을 갖는다.

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
- (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

n 은 짝수이고 $x = \pm 2^{\frac{6}{n}}$

$$f(x) = \left(x - 2^{\frac{6}{n}}\right)\left(x + 2^{\frac{6}{n}}\right)$$

$$f(0) = -2^{\frac{12}{n}}$$

$n = 2$ or 4 or 6 or 12

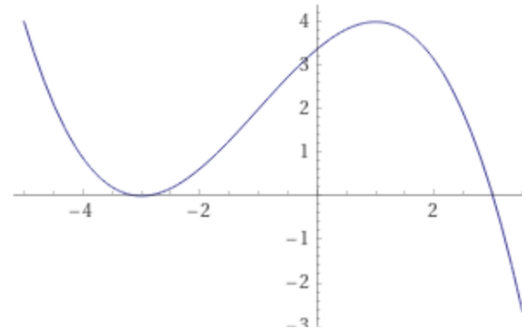
24

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
- (나) 방정식 $f(x - f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1) = 4, f'(1) = 1, f'(0) > 1$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$f(x) = a(x - \alpha)^2(x - \beta)$ 라 하면
방정식 $x - f(x) = \alpha, x - f(x) = \beta$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3개 이려면 다음과 같은 그래프여야 한다.



$$f(x) - (x + 3) = a(x + 3)(x - 1)^2$$

$$f(x) = a(x + 3)(x - 1)^2 + (x + 3)$$

$$f'(-3) = 0, a = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x + 3)(x - 1)^2 + (x + 3)$$

$$f(0) = \frac{45}{16}$$

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(2x+1)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [2점]

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

$${}_5C_3 2^3 = 80$$

24. 어느 동아리의 학생 20명을 대상으로 진로활동 A와 진로활동 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 진로활동 A와 진로활동 B 중 하나를 선택하였고, 각각의 진로활동을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	진로활동 A	진로활동 B	합계
1학년	7	5	12
2학년	4	4	8
합계	11	9	20

이 조사에 참여한 학생 20명 중에서 임의로 선택한 한 명이 진로활동 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$$\frac{5}{9}$$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3500 보다 클 확률은?
[3점]

- ① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{11}{25}$ ④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

$$\frac{5^2 + 5^3 \times 2}{5^4} = \frac{11}{25}$$

26. 빨간색 카드 4장, 파란색 카드 2장, 노란색 카드 1장이 있다. 이 7장의 카드를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생이 있도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않고, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 78 ② 84 ③ 90 ④ 96 ⑤ 102

노란색 카드 받는 학생이 3가지 색의 카드를 한 장씩 받아야 하므로 한 장씩 준 다음 빨간색 3장과 파란색 1장을 나누어 주면 되므로

$${}_3C_1 \times {}_3H_3 \times {}_3H_1 = 90$$

27. 주사위 2개와 동전 4개를 동시에 던질 때, 나오는 주사위의 눈의 수의 곱과 앞면이 나오는 동전의 개수가 같을 확률은?

[3점]

- ① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{11}{192}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{13}{192}$

$$\frac{{}_4C_1 + 2 \times {}_4C_2 + 2 \times {}_4C_3 + 3 \times 1}{36 \times 16}$$

$$= \frac{3}{64}$$

28. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 3 이하이면

나온 눈의 수를 점수로 얻고, 나온 눈의 수가 4 이상이면 0점을 얻는다. 이 주사위를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 할 때, 얻은 네 점수의 합이 4가 되는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

- ① 187 ② 190 ③ 193 ④ 196 ⑤ 199

3, 1, 0, 0
 $\frac{4!}{2!} \times 1 \times 1 \times 3 \times 3 = 108$

2, 2, 0, 0
 $\frac{4!}{2!2!} \times 1 \times 1 \times 3 \times 3 = 54$

2, 1, 1, 0
 $\frac{4!}{2!} \times 1 \times 1 \times 1 \times 3 = 36$

1, 1, 1, 1
 1

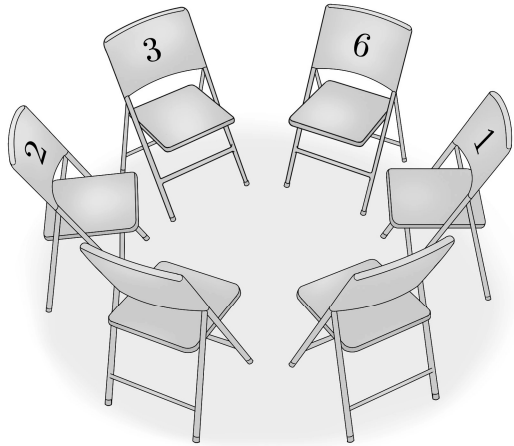
199

4

수학 영역(확률과 통계)

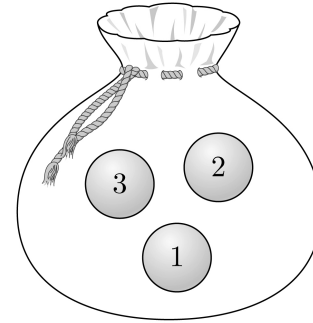
단답형

29. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



$$\frac{6!}{6} - \left\{ \left(\frac{5!}{5} \times 2 \right) + \left(\frac{5!}{5} \times 2 \right) - \left(\frac{4!}{4} \times 2 \times 2 \right) \right\} = 48$$

30. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$$1 - \frac{2^5 + 2^5 - 1}{3^5} = \frac{20}{27}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}-n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n+1}+n}{n+1} = 2$$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^t + \cos t, \quad y = \sin t$$

에서 $t=0$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\cos t}{e^t - \sin t}, 1$$

2

수학 영역(미적분)

25. 원점에서 곡선 $y=e^{|x|}$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e}{e^2+1}$ ② $\frac{e}{e^2-1}$ ③ $\frac{2e}{e^2+1}$
 ④ $\frac{2e}{e^2-1}$ ⑤ 1

$$\frac{e^{-\alpha}}{\alpha} = -e^{-\alpha}, \alpha = -1, \tan\theta_1 = -e$$

$$\frac{e^{\alpha}}{\alpha} = e^{\alpha}, \alpha = 1, \tan\theta_2 = e$$

$$\tan\theta = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{-e - e}{1 - e^2} = \frac{2e}{e^2 - 1}$$

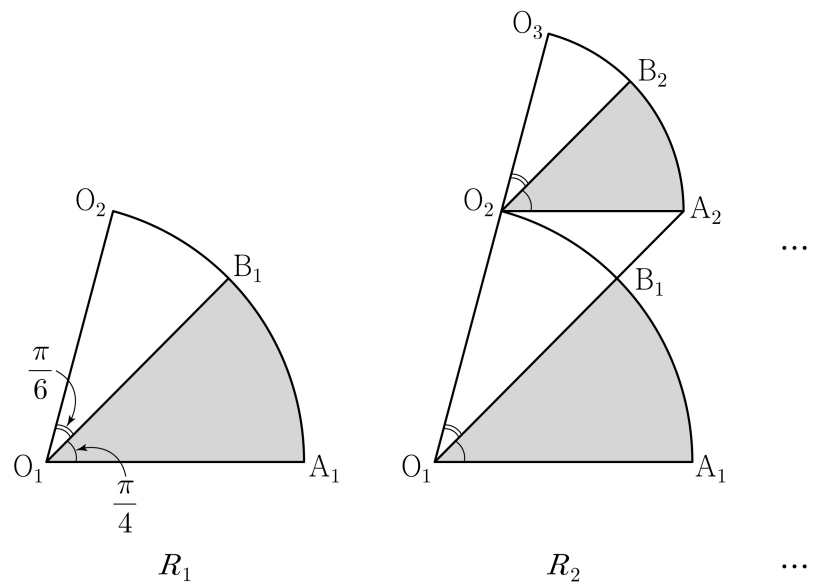
26. 그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_1A_1O_2$ 가 있다. 호 A_1O_2 위에 점 B_1 을

$\angle A_1O_1B_1 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 O_2 를 지나고 선분 O_1A_1 에 평행한 직선이 직선 O_1B_1 과 만나는 점을 A_2 라 하자. 중심이 O_2 이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_2A_2O_3$ 을 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 과 겹치

않도록 그린다. 호 A_2O_3 위에 점 B_2 를 $\angle A_2O_2B_2 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{7\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{5\pi}{16}$

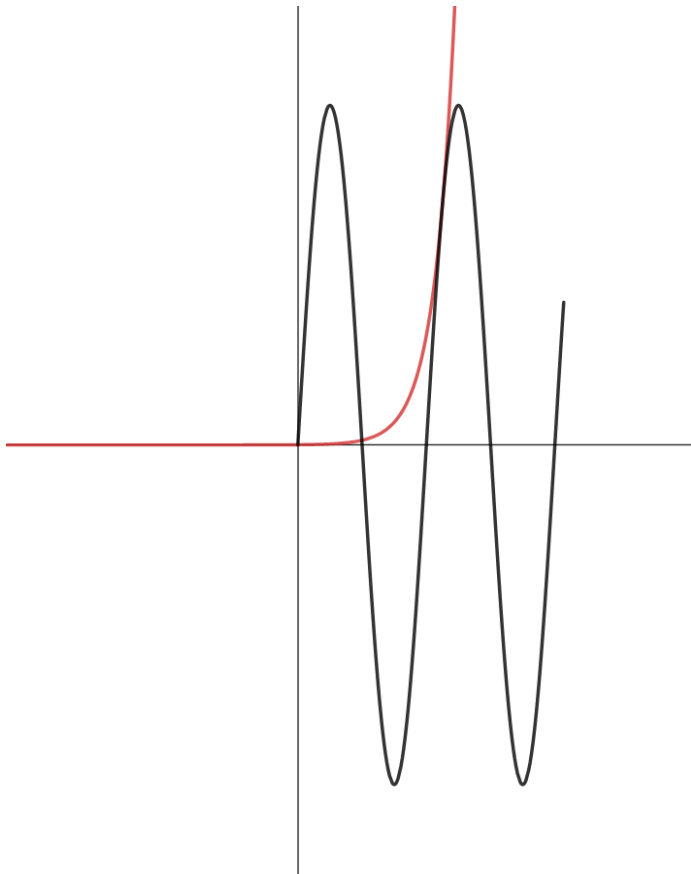
$$\frac{\overline{O_2A_2}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}}, \overline{O_2A_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

27. 두 함수

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = k \sin x$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3일 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ ② $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2}e^{2\pi}$
 ④ $\sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$ ⑤ $\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}}$



$f(x)$ 와 $g(x)$ 의 접점의 x 좌표를 α 라 하면

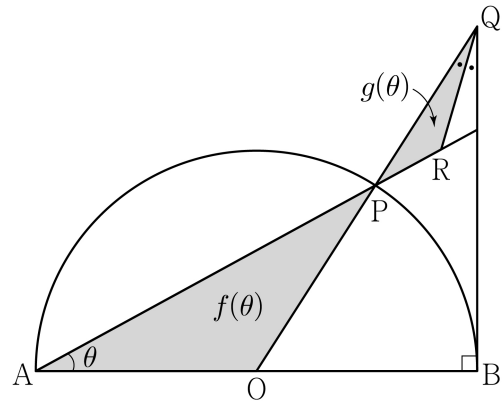
$$e^\alpha = k \sin \alpha$$

$$e^\alpha = k \cos \alpha$$

$$\alpha = \frac{9\pi}{4}, \quad k = \sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sin(\pi - 2\theta)$$

$$\overline{QP} = \frac{1}{\cos 2\theta} - 1, \quad \frac{\overline{QP}}{\sin \frac{3\pi}{4}} = \frac{\overline{QR}}{\sin \theta}$$

$$g(\theta) = \frac{1}{2} \overline{QP} \times \overline{QR} \times \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)} = 2$$

단답형

29. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$f'(x) = \frac{2t \ln x}{x} - 2x$$

$$\frac{2t \ln k}{k} - 2k = 0$$

$$2t \ln g(t) = 2(g(t))^2$$

$$2\alpha \ln g(\alpha) = 2(g(\alpha))^2, \alpha = \frac{e^4}{2}$$

$$2 \ln g(t) + \frac{2t g'(t)}{g(t)} = 4g(t)g'(t)$$

$$4 + e^2 g'(\alpha) = 4e^2 g'(\alpha), g'(\alpha) = \frac{4}{3e^2}$$

$$\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \frac{8}{9}$$

30. $t > \frac{1}{2} \ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$ 과 직선 $y = x + t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$\ln(1 + e^{2x} - e^{-2t}) = x + t$$

$$e^{2x} - e^t e^x + 1 - e^{-2t} = 0$$

$$e^x = \frac{e^t \pm \sqrt{e^{2t} + 4e^{-2t} - 4}}{2} = \frac{e^t \pm (e^t - 2e^{-t})}{2}$$

$$\ln(e^t - e^{-t}), -t$$

$$f(t) = \sqrt{2}(\ln(e^t - e^{-t}) + t)$$

$$f'(t) = \sqrt{2} \left(\frac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}} + 1 \right)$$

$$f'(\ln 2) = \frac{8}{3} \sqrt{2}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (k+3, 3k-1)$ 과 $\vec{b} = (1, 1)$ 이 서로 평행할 때, 실수 k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 점 $(2, \sqrt{2})$ 에서의 접선의 x 절편은?

[3점]

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

2

수학 영역(기하)

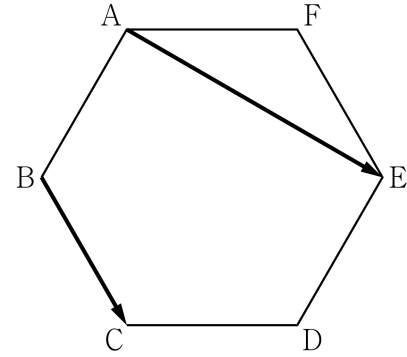
25. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 2)$, $B(-3, 5)$ 에 대하여

$$|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}|$$

를 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형의 길이는?
(단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

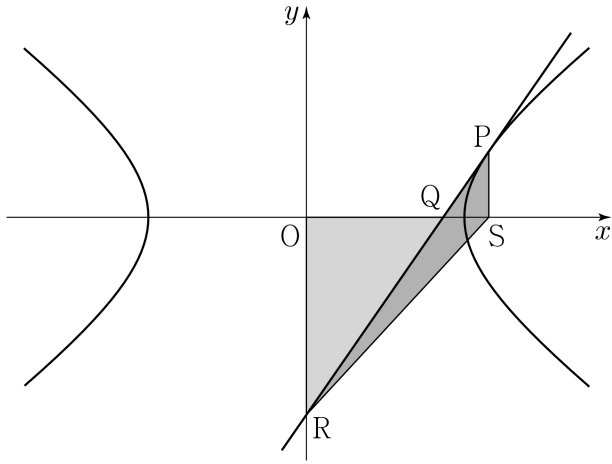
26. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 $ABCDEF$ 에서 $|\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC}|$ 의 값은? [3점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

27. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ ($k > 0$)

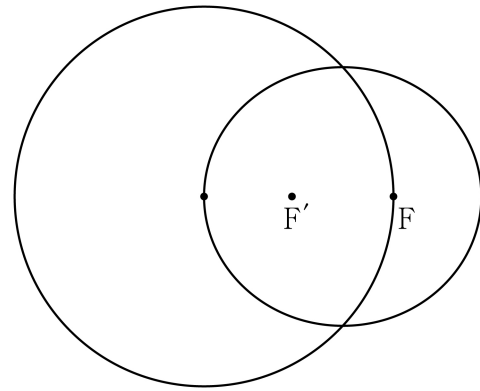
에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , y 축과 만나는 점을 R 라 하자. 점 $S(4, 0)$ 에 대하여 삼각형 QOR 의 넓이를 A_1 , 삼각형 PRS 의 넓이를 A_2 라 하자. $A_1 : A_2 = 9 : 4$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, O 는 원점이고, a 와 b 는 상수이다.) [3점]



- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

28. 두 초점이 F, F' 이고 장축의 길이가 $2a$ 인 타원이 있다. 이 타원의 한 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 이 타원의 서로 다른 두 꼭짓점과 한 초점을 지날 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$ ③ $\sqrt{3}-1$
 ④ $2\sqrt{2}-2$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

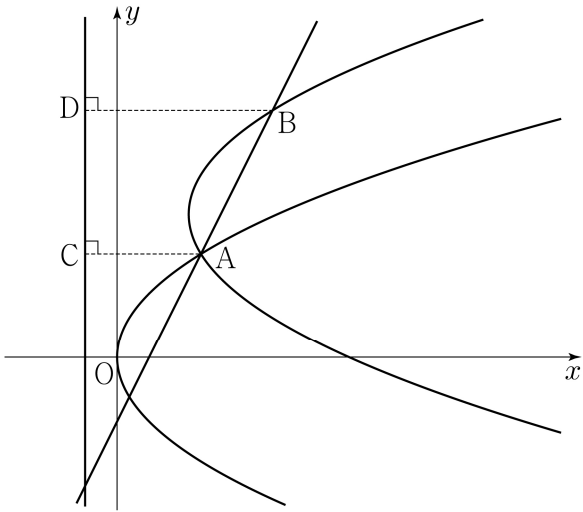


단답형

29. 포물선 $y^2=8x$ 와 직선 $y=2x-4$ 가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a 에 대하여

포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$ 가 점 A를 지날 때, 직선 $y=2x-4$ 와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$ 가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x=-2$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오.

[4점]



30. 좌표평면 위의 네 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$, $D(0, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD의 네 변 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) (\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AD}) = 0$$

$$(나) \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} \geq -2 \text{이고 } \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} \geq 0 \text{이다.}$$

$$(다) \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ} \geq -2 \text{이고 } \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0 \text{이다.}$$

점 $R(4, 4)$ 에 대하여 $\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.