

1. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

2. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

3. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값을 구하시오.

4. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값을 구하시오.

5. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오.

6. 두 실수 a, b 가 $a \log_3 2 = 4$, $\log_3 b = 1 - \log_3(\log_2 3)$ 을 만족시킬 때, ab 의 값을 구하시오.

7. $2^{2\log_3 9}$ 의 값을 구하시오.

8. 2이상의 자연수 n 에 대하여 $5\log_n 2$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

9. $\log_5 40 + \log_5 \frac{5}{8}$ 의 값을 구하시오.

10. 두 실수 a, b 가 $ab = \log_3 5, b - a = \log_2 5$ 를 만족시킬 때, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① $\log_5 2$ ② $\log_3 2$ ③ $\log_3 5$
 ④ $\log_2 3$ ⑤ $\log_2 5$

11. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여 $\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$ 가 성립할 때, $\log_a b$ 의 값을 구하시오.

12. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

13. 세 양수 a, b, c 에 대하여 $a^6 = 3, b^5 = 7, c^2 = 11$ 일 때, $(abc)^n$ 이 자연수가 되는 최소의 자연수 n 의 값을 구하시오.

14. $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt[3]{3^5})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

15. 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 2)$, $(4, \log_2 a)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

16. $a = \log_2 10$, $b = 2\sqrt{2}$ 일 때, $a \log b$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

17. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대하여 $\log_a c : \log_b c = 2 : 1$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

18. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가 $\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4}$ 를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값은?

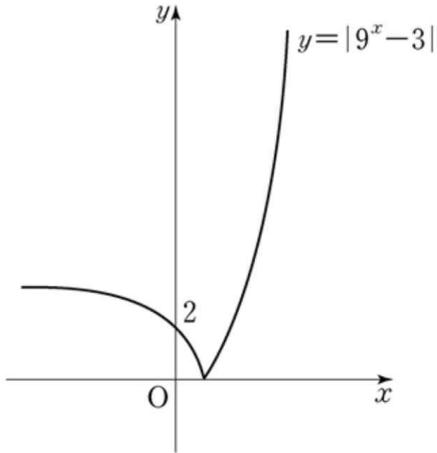
- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

19. 자연수 n 에 대하여 $4 \log_{64} \left(\frac{3}{4n+16} \right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

20. 지수함수 $y = a^x (a > 1)$ 의 그래프와 직선 $y = \sqrt{3}$ 이 만나는 점을 A 라 하자. 점 $B(4, 0)$ 에 대하여 직선 OA 와 직선 AB 가 서로 수직이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3
④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

21. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = |9^x - 3|$ 과 $y = 2^{x+k}$ 이 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 라 할 때, $x_1 < 0, 0 < x_2 < 2$ 를 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은?

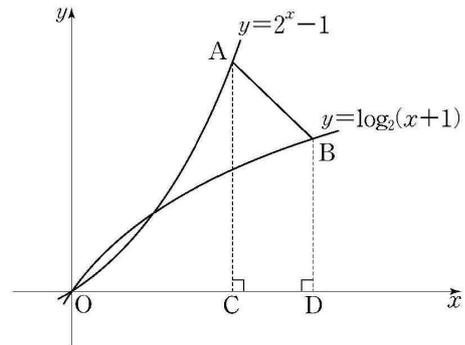


- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

22. 함수 $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제 2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k 의 최댓값을 구하시오.

23. 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2^{|x|}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

24. 곡선 $y = 2^x - 1$ 위의 점 $A(2, 3)$ 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = \log_2(x+1)$ 과 만나는 점을 B 라 하자. 두 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 $ACDB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

25. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선 $y = -x + n$ 과 곡선 $y = |\log_2 x|$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 각각 $a_n, b_n(a_n < b_n)$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $a_2 < \frac{1}{4}$

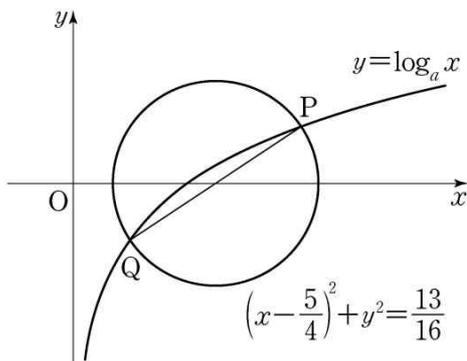
ㄴ. $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1 - \frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 원 $C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q 라 하자. 선분 PQ 가 원 C 의 지름일 때, a 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



27. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = 1$ 이 두 곡선 $y = \log_a x, y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 직선 $y = -1$ 이 두 곡선 $y = \log_a x, y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 선분 AB 를 1 : 4로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.

ㄴ. 사각형 $ABCD$ 가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y = \log_n x, y = -\log_n(x+3)+1$ 이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

29. 지수함수 $f(x) = a^{x-m}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의 x 좌표가 1과 3일 때, $a+m$ 의 값은?

- ① $2 - \sqrt{3}$ ② 2 ③ $1 + \sqrt{3}$
 ④ 3 ⑤ $2 + \sqrt{3}$

30. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ 의 최댓값을 구하시오.

31. 함수 $y = 5^{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = 25 \times 5^{2x} + 2$ 의 그래프가 되었다. $m+n$ 의 값은?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

32. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y = \log_b x$ 의 그래프와 점 $(9, 2)$ 에서 만날 때, $10a+b$ 의 값을 구하시오.

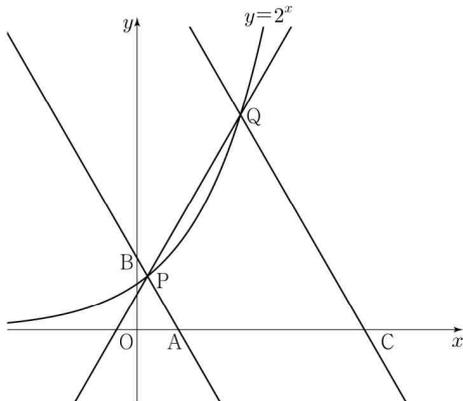
33. 함수 $y = 2^x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y = \log_2 8x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 m 의 값을 구하시오.

34. 곡선 $y = 2^x + 5$ 의 점근선과 곡선 $y = \log_3 x + 3$ 의 교점의 x 좌표를 구하시오.

35. 함수 $f(x) = 2^{-x}$ 에 대하여 $f(2a)f(b) = 4$, $f(a-b) = 2$ 일 때, $2^{3a} + 2^{3b}$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

36. 정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ 인 두 지수함수 $f(x) = 4^x$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값을 M , $g(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오.

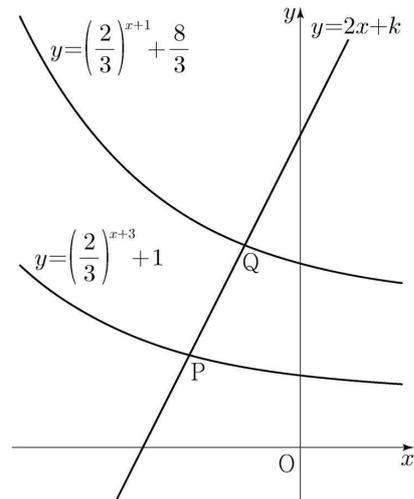
37. 그림과 같이 곡선 $y = 2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a)$, $Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ 의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P 를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 점 Q 를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 4\overline{PB}$, $\overline{CQ} = 3\overline{AB}$ 일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$)



38. 자연수 n 에 대하여 $f(x)$ 를 $f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$ 이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

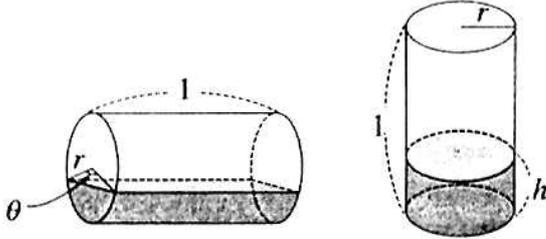
39. 직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수 $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1$, $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
- ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



40. 반지름의 길이가 r 이고 높이가 1인 원기둥에 물이 들어있다. 원기둥을 수평으로 누였을 때 수면과 옆면이 만나서 이루는 원에 대한 중심각을 θ 라 하자. 원기둥을 세웠을 때 수면의 높이 h 를 θ 로 표시하면?

(단, $0 < \theta < \pi, 0 < h < \frac{1}{2}$)



41. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\frac{1}{\cos\theta} \left(\tan\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} \right) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

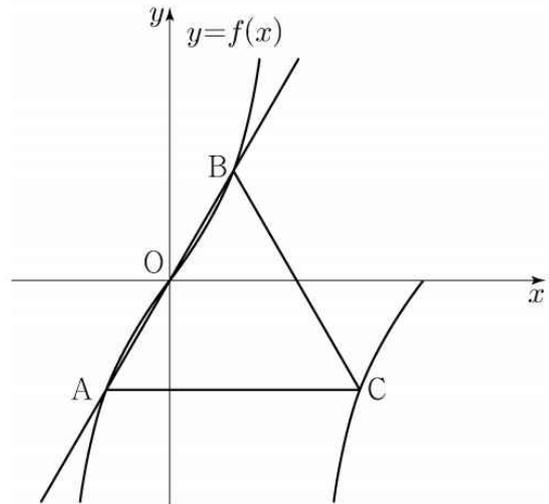
42. 함수 $f(x) = 4\cos x + 3$ 의 최댓값을 구하시오.

43. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{ x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2} \right\}$ 에서 정의된

함수 $f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$ 가 있다. 그림과 같이

함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B 를 지나는 직선이 있다. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$



44. $\tan\theta < 0$ 이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

45. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$\tan\theta - \frac{6}{\tan\theta} = 1$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

46. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$ 이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ 의 값의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$ 이다. $3\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{6}\pi$ ② π ③ $\frac{7}{6}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

47. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ 일 때, $10\sin x \cos x$ 의 값을 구하시오.

48. $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

49. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때,

$\log(\sin\theta) - \log(\cos\theta) = \frac{1}{2}\log 3$ 을 만족

족시키는 θ 의 값은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

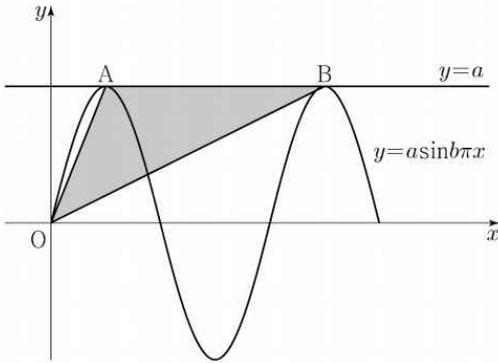
50. 실수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \cos^2\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m 이다.

$10(k+m)$ 의 값을 구하시오.

51. 두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b \pi x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{b}$)이 직선 $y = a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B 라 하자. 삼각형 OAB 의 넓이가 5이고 직선 OA 의 기울기와 직선 OB 의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)



52. 함수 $f(x) = a - \sqrt{3} \tan 2x$ 가 닫힌구간 $[-\frac{\pi}{6}, b]$ 에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $ab = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.)

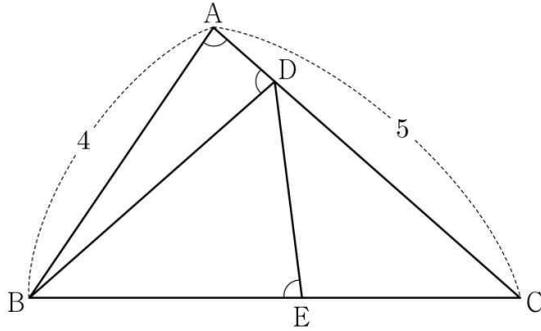
53. $\overline{AB} = 8$ 이고 $\angle A = 45^\circ, \angle B = 15^\circ$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 BC 의 길이는?

- ① $2\sqrt{6}$ ② $\frac{7\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$
 ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

54. $\triangle ABC$ 에서 $6\sin A = 2\sqrt{3}\sin B = 3\sin C$ 가 성립할 때, $\angle A$ 의 크기는?

- ① 120° ② 90° ③ 60° ④ 45° ⑤ 30°

55. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$ 이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 위의 점 D 와 선분 BC 위의 점 E 에 대하여 $\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$ 일 때, 선분 DE 의 길이는?



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$
 ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

56. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2 의 값은?

(가) $a_6 + a_8 = 0$
 (나) $|a_6| = |a_7| + 3$

- ① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

57. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_5 + a_{13} = 3a_9$,

$$\sum_{k=1}^{18} a_k = \frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13} 의 값은?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

58. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 - a_2 = 4$$

일 때, $\sum_{k=11}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오.

59. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대

$$a_1 a_5 = 9, a_2 a_6 = 36$$

일 때,

$$8(a_1 a_2 + a_3 a_4)$$

의 값은?

- ① 153 ② 157 ③ 161
 ④ 165 ⑤ 169

60. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2} - \frac{a_6}{a_4} = \frac{1}{4}$$

일 때, $a_5 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의

값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

61. 공비가 r 이고 $a_2 = 1$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 10항까지의 곱을 $\omega = a_1 a_2 a_3 \cdots a_{10}$ 이라 할 때, $\log_r \omega$ 의 값을 구하시오. (단, $r > 0$ 이고 $r \neq 1$ 이다.)

62. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_4 - S_3 = 2$, $S_6 - S_5 = 50$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오.

63. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$ 의 값을 구하시오.

(가) $\sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$
 (나) $\sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$
 (다) $\sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$

64. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 5$, $a_{15} = 25$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오.

65. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2a_5$, $a_8 + a_{12} = -6$ 일 때, a_2 의 값은?

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

66. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - nx + 4(n-4) = 0$ 이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 갖고, 세 수 $1, \alpha, \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n 의 값을 구하시오.

67. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_6 = 2(S_3 - S_2)$ 일 때, S_{10} 의 값을 구하시오.

68. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2^n$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오.

69. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값을 구하시오.

70. 세 수 $a, a+b, 2a-b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $1, a-1, 3b+1$ 은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

71. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $\frac{S_4}{S_2} = 9$ 일 때, $\frac{a_4}{a_2}$ 의 값을 구하시오.

72. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 의 세 항 a_2, a_4, a_9 가 이 순서대로 공비 r 인 등비수열을 이룰 때, $6r$ 의 값을 구하시오.

73. 세 수 $a, 0, b$ 가 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $2b, a, -7$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

74. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 30$, $a_4 + a_6 = \frac{15}{2}$ 를 만족시킬 때, a_1 의 값을 구하시오.

75. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오.

76. $\sum_{k=1}^9 (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ 의 값을 구하시오.

77. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 15$ 이고,
 $\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 (n \geq 1)$ 을 만족시킨다. a_{10} 의 값을 구하시오.

78. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족시킨다.

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{k} = (n+1)^2$$
 이때, a_{10} 의 값을 구하시오.

79. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이
 $\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 2$ 를 만족시킬 때, a_4 의 값을 구하시오.

80. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 를 만족시킨다. $a_2 = -1, a_3 = 2$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제 10항까지의 합은?
 ① 95 ② 90 ③ 85 ④ 80 ⑤ 75

81. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2} = a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, 4)$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+6} = a_n$ 이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오.

82. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = (2^{2n} - 1) \times 2^{n(n-1)} + (n-1) \times 2^{-n}$ 이다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \dots (*)$ 임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다

(1) $n = 1$ 일 때, (좌변) = 3, (우변) = 3
이므로 (*)이 성립한다.

(2) $n = m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$

이다. $n = m+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m} \\ &\quad + (2^{2m+2} - 1) \times (\text{가}) + m \times 2^{-m-1} \\ &= (\text{가}) \times (\text{나}) - \frac{m+2}{2} \times 2^{-m} \\ &= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2) \times 2^{-(m+1)} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $n = m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(1)(2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \text{이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m), g(m)$ 라 할 때, $\frac{g(7)}{f(3)}$ 의 값을 구하시오.

83. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^7 a_k = \sum_{k=1}^6 (a_k + 1)$ 을 만족시킬 때, a_7 의 값을 구하시오.

84. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $(a_{n+1})^2 = a_n \times a_{n+2}$ 을 만족시킨다. $a_3 = 4a_1, a_7 = (a_6)^2$ 일 때, 첫째항 a_1 의 값은?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

85. 자연수 n 에 대하여 P_n 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점일 때, 점 P_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다. (단, 점 P_n 은 좌표축 위의 점이 아니다.)

(가) 점 P_n 이 제 1사분면 위의 점이면 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 원 위의 호를 따라 시계 반대 방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 이동시킨 점이다.
 (나) 점 P_n 이 제 2사분면 또는 제 4사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 점이다.
 (다) 점 P_n 이 제 3사분면 위의 점이면 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

점 P_1 의 좌표가 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 일 때, 점 P_{2007} 의 좌표는?

- ① $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ② $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
 ③ $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ④ $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
 ⑤ $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

86. 첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 $a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 를 만족시킬 때, b_{27} 의 값을 구하시오.

87. $\sum_{k=1}^n \frac{4}{k(k+1)} = \frac{15}{4}$ 일 때, n 의 값을 구하시오.

88. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-3a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 1+a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값을 구하시오.