#1 거듭제곱

◈ a의 n제곱

- 실수 a를 n번 곱한 것
- a^n

◈ 지수법칙

임의의 실수 a, b와

자연수 m, n에 대하여 다음이 성립

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ (단, $b \neq 0$)
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (단, $a \neq 0$)

#2 거듭제곱근

◈ a의 n제곱근

- 실수 a에 대하여 n이 2이상의 자연수 일 때, n제곱하여 a가 되는 수, 즉 방정식 $x^n = a$를 만족시키는 수 x를 a의 n제곱근이라고 한다.

※ 복소수의 범위에서 a의 n제곱근은 n개가 있으나 고교 교육과정에서는 a의 n제곱근 중에서 실수인 것만 생각하기로 한다.

◈ a의 n제곱근 중에서 실수 인 것

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n이 짝수	$\pm\sqrt[n]{a}$	0	없다.

◈ 거듭제곱근의 성질

$a>0,\ b>0$이고, $m,\ n$이 2이상의 자연수일 때,

- $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

※ $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a,\ \sqrt{a^2} = |a|$

※ $a<0,\ b<0$이면

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

※ $a<0,\ b>0$이면

$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

#3 지수의 확장

◈ 0 또는 음의 정수인 지수

$a \neq 0$이고 n이 양의 정수일 때,

- $a^0 = 1$

※ 0^0은 정의하지 않는다.

- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

◈ 지수가 정수일 때의 지수법칙

$a \neq 0,\ b \neq 0$이고 $m,\ n$이 정수일 때,

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$

◈ 유리수인 지수

$a > 0$이고 $m,\ n\ (n \geq 2)$이 정수일 때

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, 특히 $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

◈ 지수가 유리수일 때의 지수법칙

$a > 0,\ b > 0$이고 $r,\ s$가 유리수일 때,

- $a^r a^s = a^{r+s}$
- $\left(a^r\right)^s = a^{rs}$
- $(ab)^r = a^r b^r$
- $a^r \div a^s = a^{r-s}$

◈ 지수가 실수일 때의 지수법칙

$a > 0,\ b > 0$이고 $x,\ y$가 실수일 때,

- $a^x a^y = a^{x+y}$
- $\left(a^x\right)^y = a^{xy}$
- $(ab)^x = a^x b^x$
- $a^x \div a^y = a^{x-y}$

#4 로그의 정의

◈ 로그의 정의

$a > 0,\ a \neq 1,\ N > 0$일 때,

- $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$
- $\log_a N$을 a를 밑으로 하는 N의 로그라고 한다.
- N을 $\log_a N$의 진수라고 한다.

#5 로그의 성질

◈ 로그의 성질

$a > 0,\ a \neq 1,\ M > 0,\ N > 0$일 때,

- $\log_a 1 = 0,\ \log_a a = 1$
- $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
- $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
- $\log_a M^k = k\log_a M$ (단, k는 실수)

◈ 로그의 밑의 변환 공식

$a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ c > 0,\ c \neq 1$

- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

◈ 로그의 성질의 활용

$a,\ b,\ c$가 1이 아닌 양수이고,

$m,\ n$은 실수이며 $m \neq 0$일 때

- $\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b$
- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

#6 상용로그

◈ 상용로그의 정의

- 10을 밑으로 하는 로그
- $\log_{10}N = \log N$ (밑 10을 생략)

#7 지수함수의 뜻

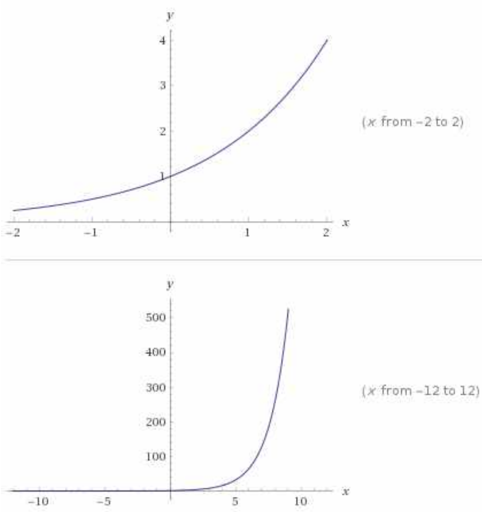
◈ 지수함수

- $y = a^x$ (단, $a > 0$, $a \neq 1$) 는 x의 값에 따라 y값이 오직 하나로 정해지므로 함수이다.

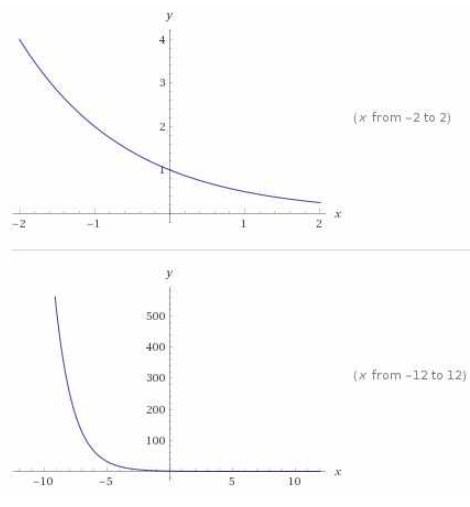
#8 지수함수 그래프

◈ 지수함수 $y = a^x$ (단, $a > 0$, $a \neq 1$) 의 그래프

- 정의역은 실수 전체
- 치역은 양의 양의 실수 전체
- 점 $(0\ ,\ 1)$ 을 지난다.(y 절편)
- 점근선은 x축 $(y=0)$이다.
- 일대일함수이다.
- $a > 1$ 일 때



- $0 < a < 1$ 일 때



#9 로그함수의 뜻

◈ 로그함수의 뜻

- $y = \log_a x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0$)

  는 x의 값에 따라 y값이 오직 하나로 정해지므로 함수이다.

#10 로그함수의 정의

◈ 로그함수의 정의

- $y = a^x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1$)는 실수 전체의 집합에서 양의 실수 전체의 집합으로의 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

  $y = a^x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1$) $\Leftrightarrow$ $x = \log_a y$

  (로그의 정의)

  x와 y를 바꾸면, 지수함수

  $y = a^x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1$)의 역함수

  $y = \log_a x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0$)를

  얻을 수 있다.

  $y = \log_a x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0$)를

  a를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

#11 로그함수 그래프

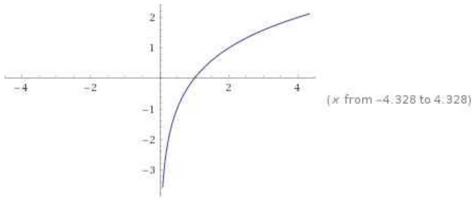
◈ 로그함수 그래프

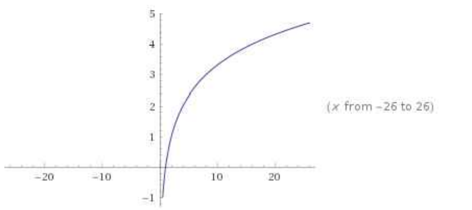
로그함수

$y = \log_a x$ (단, $a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0$)의

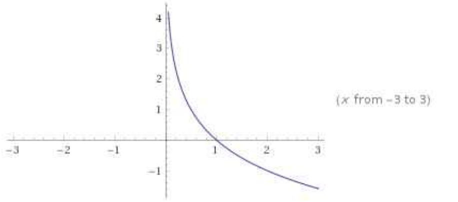
그래프

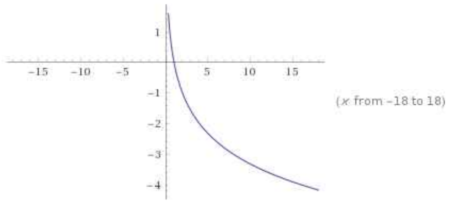
- 정의역은 양의 실수 전체
- 치역은 실수 전체
- 점$(1,\ 0)$을 지난다.(x 절편)
- 점근선은 y축$(x=0)$이다.
- 일대일함수이다.
- $a > 1$일 때





- $0 < a < 1$일 때





#12 지수를 포함한 방정식

◈ 지수를 포함한 방정식의 뜻
- 지수에 미지수를 포함하는 방정식

◈ 지수를 포함한 방정식의 풀이
- $a>0,\ a\neq 1$일 때,
  $a^{x_1}=a^{x_2} \Leftrightarrow x_1=x_2$

#13 로그를 포함한 방정식

◈ 로그를 포함한 방정식의 뜻
- 로그의 진수에 미지수를 포함하는 방정식

◈ 로그를 포함한 방정식의 풀이
$a>0,\ a\neq 1$일 때,
- $\log_a x=b \Leftrightarrow x=a^b$ (단, $x>0$)
- $\log_a x_1=\log_a x_2 \Leftrightarrow x_1=x_2$
  (단, $x_1>0,\ x_2>0$)

#14 지수를 포함한 부등식

◈ 지수를 포함한 부등식의 뜻
- 지수에 미지수를 포함하는 부등식

◈ 지수를 포함한 부등식의 풀이
- $a>1$일 때,
  $a^{x_1}<a^{x_2} \Leftrightarrow x_1<x_2$
- $0<a<1$일 때,
  $a^{x_1}<a^{x_2} \Leftrightarrow x_1>x_2$

#15 로그를 포함한 부등식

◈ 로그를 포함한 부등식의 뜻
- 로그의 진수에 미지수를 포함하는 부등식

◈ 로그를 포함한 부등식의 풀이
- $a>1$일 때,
  $\log_a x_1<\log_a x_2 \Leftrightarrow 0<x_1<x_2$
- $0<a<1$일 때,
  $\log_a x_1<\log_a x_2 \Leftrightarrow x_1>x_2>0$

#16 일반각

◈ 각의 크기와 동경
- 평면 위의 두 반직선 OX, OP에 의해 이루어진 도형을 $\angle XOP$라 한다.
  $\angle XOP$의 크기는 고정된 반직선 OX의 위치에서 점 O를 중심으로 반직선 OP가 회전할 때, 그 회전한 양으로 정한다.
  이때 반직선 OX를 시초선,
  반직선 OP를 동경이라고 한다.

◈ 일반각
- 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 $\alpha^\circ\ (0^\circ \le \alpha < 360^\circ)$라고 할 때,
  $\angle XOP$의 크기는 $360^\circ \times n+\alpha^\circ$와 같이 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 일반각이라 한다.

#17 호도법

◈ 라디안
- 호의 길이가 반지름의 길이와 같게 되는 일정한 각의 크기
- $\dfrac{180^\circ}{\pi}$를 1라디안$(radian)$이라 한다.

◈ 호도법
- 호의 길이를 사용하여 각의 크기를 나타내는 방법

◈ 도($^\circ$)와 라디안의 관계
- 1(라디안)=$\dfrac{180^\circ}{\pi}$
- $1^\circ=\dfrac{\pi}{180}$(라디안)

#18 부채꼴의 호의 길이와 넓이

◈ 부채꼴의 호의 길이

- 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ (라디안)인 부채꼴의 호의 길이

  $l = r\theta$

◈ 부채꼴의 넓이

- 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ (라디안)인 부채꼴의 넓이

  $S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$

#19 삼각함수의 뜻

◈ 삼각함수의 뜻

- 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원 위의 한 점을 $P(x, y)$라 하고 동경 OP가 나타내는 일반각의 크기를 θ라 하면 $\frac{y}{r}$, $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{x}(x \neq 0)$의 값은 θ의 값에 따라 각각 한가지로 정해짐
- 사인함수 $\sin\theta = \frac{y}{r}$
- 코사인함수 $\cos\theta = \frac{x}{r}$
- 탄젠트함수 $\tan\theta = \frac{y}{x}$
- 코시컨트함수 $\csc\theta = \frac{r}{y}$
- 시컨트함수 $\sec\theta = \frac{r}{x}$
- 코탄젠트함수 $\cot\theta = \frac{x}{y}$

#20 삼각함수 사이의 관계

◈ 삼각함수 사이의 관계

- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

#21 삼각함수 공식

◈ 삼각함수 공식

- $\sin(\pm\theta) = \pm\sin\theta$
- $\cos(\pm\theta) = \cos\theta$
- $\tan(\pm\theta) = \pm\tan\theta$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \theta\right) = \cos\theta$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \theta\right) = \mp\sin\theta$
- $\tan\left(\frac{\pi}{2} \pm \theta\right) = \mp\frac{1}{\tan\theta}$
- $\sin(\pi \pm \theta) = \mp\sin\theta$
- $\cos(\pi \pm \theta) = -\cos\theta$
- $\tan(\pi \pm \theta) = \pm\tan\theta$
- $\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pm \theta\right) = -\cos\theta$
- $\cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm \theta\right) = \pm\sin\theta$
- $\tan\left(\frac{3\pi}{2} \pm \theta\right) = \mp\frac{1}{\tan\theta}$
- $\sin(2\pi \pm \theta) = \pm\sin\theta$
- $\cos(2\pi \pm \theta) = \cos\theta$
- $\tan(2\pi \pm \theta) = \pm\tan\theta$

#22 주기함수

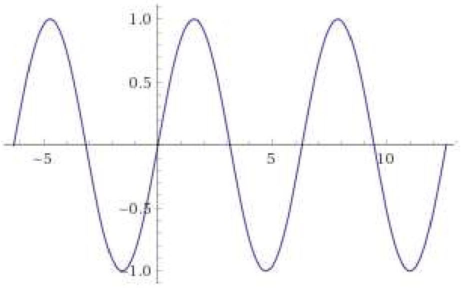
◈ 주기함수

- 함수 $f(x)$의 정의역에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$를 만족하는 0이 아닌 상수 p가 존재할 때, 함수 $f(x)$를 주기함수라고 한다.

#23 사인함수의 그래프

◈ 함수 $y=\sin x$의 성질

- 정의역은 실수 전체의 집합
- 치역은 $\{y\mid -1\leq y\leq 1\}$
- 그래프는 원점에 대하여 대칭
- 주기가 2π인 주기함수



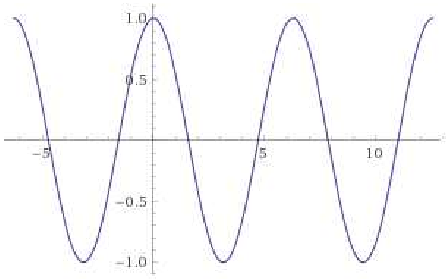
◈ 함수 $y=a\sin(bx+c)+d$의 성질

- 정의역은 실수 전체의 집합
- 치역은 $\{y\mid -|a|+d\leq y\leq |a|+d\}$
- 주기가 $\dfrac{2\pi}{|b|}$인 주기함수

#24 코사인함수의 그래프

◈ 함수 $y=\cos x$의 성질

- 정의역은 실수 전체의 집합
- 치역은 $\{y\mid -1\leq y\leq 1\}$
- 그래프는 y축에 대하여 대칭
- 주기가 2π인 주기함수



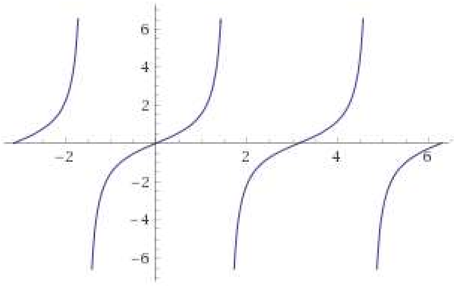
◈ 함수 $y=a\cos(bx+c)+d$의 성질

- 정의역은 실수 전체의 집합
- 치역은 $\{y\mid -|a|+d\leq y\leq |a|+d\}$
- 주기가 $\dfrac{2\pi}{|b|}$인 주기함수

#25 탄젠트함수의 그래프

◈ 함수 $y=\tan x$의 성질

- 정의역은 $n\pi+\dfrac{\pi}{2}$(단, n은 정수)를
  제외한 실수 전체의 집합
- 치역은 실수 전체의 집합
- 그래프는 원점에 대하여 대칭
- 주기가 π인 주기함수
- 그래프의 점근선은
  직선 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$(단, n은 정수)



#26 삼각함수를 포함한 방정식

◈ 삼각함수를 포함한 방정식

- 각의 크기가 미지수인 삼각함수를
  포함하는 방정식

◈ 삼각함수를 포함한 방정식의 풀이

- 삼각함수의 그래프를 이용하여 푼다.

#27 삼각함수를 포함한 부등식

◈ 삼각함수를 포함한 부등식

- 각의 크기가 미지수인 삼각함수를
  포함하는 부등식

◈ 삼각함수를 포함한 부등식의 풀이

- 삼각함수의 그래프를 이용하여 푼다.

#28 사인법칙

◈ 사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의
길이를 R 이라 하면

- $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$

◈ 사인법칙의 변형

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의
길이를 R 이라 하면

- $\sin A=\dfrac{a}{2R},\ \sin B=\dfrac{b}{2R},\ \sin C=\dfrac{c}{2R}$

#29 코사인법칙

◈ 제일 코사인법칙

- $a=b\cos C+c\cos B$
- $b=c\cos A+a\cos C$
- $c=a\cos B+b\cos A$

◈ 제이 코사인법칙

- $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$
- $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$
- $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

◈ 제이 코사인법칙 변형

- $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
- $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$
- $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

#30 삼각형의 넓이

◈ 삼각형의 넓이

삼각형 ABC의 넓이를 S,

외접원의 반지름의 길이를 R이라 하면

- $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$
- $S=\frac{abc}{4R}=2R^2\sin A\sin B\sin C$
- $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(단, $s=\frac{a+b+c}{2}$)

※ 이웃하는 두 변의 길이가 a, b이고 끼인각의 크기가 θ인 평행사변형의 넓이 S는 $S=ab\sin\theta$

※ 두 대각선의 길이가 a, b이고 그 끼인각의 크기가 θ인 사격형의 넓이 S는 $S=\frac{1}{2}ab\sin\theta$

#31 수열의 뜻

◈ 수열

- 차례로 나열된 수의 열

◈ 수열의 항

- 나열된 각각의 수
- 수열을 나타낼 때는 차례로 번호를 붙여 각 항을

  $a_1, a_2, \bullet\bullet\bullet, a_n, \bullet\bullet\bullet$와 같이

  나타내고 제 n항 a_n을 이 수열의 일반항이라고 한다.

※ 일정한 규칙 없이 수를 나열한 것도 수열이다.

#32 등차수열

◈ 등차수열

- 첫째항부터 차례로 일정한 수를 더하여 만든 수열
- $a_{n+1}=a_n+d(n=1,2,3,\ \bullet\bullet\bullet)$

◈ 공차

- 더하는 일정한 수 d
- 이웃하는 두 항의 차
- $d=a_{n+1}-a_n$

◈ 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열의 일반항 a_n

- $a_n=a+(n-1)d$

  $(n=1, 2, 3,\ \bullet\bullet\bullet)$

◈ 등차중항

- 세 수 a, b, c가 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등차중항이라 하고 $b-a=c-b$이므로

  $2b=a+c$ 또는 $b=\frac{a+c}{2}$

#33 등차수열의 합

◈ S_n

- 첫째항부터 제n항까지의 합

◈ 첫째항이 a_1, 제n항이 a_n인 등차수열 $\{a_n\}$의 합 S_n

- $S_n = \dfrac{n(a_1 + a_n)}{2}$

◈ 첫째항이 a_1, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 합 S_n

- $S_n = \dfrac{n\{2a_1 + (n-1)d\}}{2}$

◈ 일반항 a_n과 합 S_n 사이의 관계

- 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라고 하면

  $a_n = S_n - S_{n-1}\ (n \geq 2)$

  $a_1 = S_1$

#34 등비수열

◈ 등비수열

- 첫째항부터 차례로 일정한 수를 곱하여 만든 수열
- $a_{n+1} = ra_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$

◈ 공비

- 곱하는 일정한 수 r
- 이웃하는 두 항의 비
- $r = \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$

◈ 첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열의 일반항 a_n

- $a_n = ar^{n-1}$

  $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

◈ 등비중항

- 모두 0이 아닌 세 수 a, b, c가 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등비중항이라 하고 $\dfrac{b}{a} = \dfrac{c}{b}$이므로

  $b^2 = ac$

#35 등비수열의 합

◈ 첫째항이 a_1, 공비가 $r(r \neq 1)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 합 S_n

- $S_n = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{r-1} = \dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

◈ 첫째항이 a_1, 공비가 1인 등비수열 $\{a_n\}$의 합 S_n

- $S_n = na_1$

#36 여러 가지 수열의 합

◈ $\sum$의 의미

- $\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdot\cdot\cdot + a_n$

◈ $\sum$의 기본 성질

- $\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$
- $\sum_{k=1}^{n}(a_k - b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n} b_k$
- $\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$ (단, c는 상수)
- $\sum_{k=1}^{n} c = cn$ (단, c는 상수)

◈ 자연수의 거듭제곱의 합

- $\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\cdot\cdot\cdot+n$

$= \dfrac{n(n+1)}{2}$

- $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdot\cdot\cdot+n^2$

$= \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

- $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdot\cdot\cdot+n^3$

$= \left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

※ $\dfrac{1}{AB} = \dfrac{1}{B-A}\left(\dfrac{1}{A} - \dfrac{1}{B}\right)$

#37 수학적 귀납법

◈ 수학적 귀납적 정의

- 처음 몇 개의 항과 이웃하는 여러 항 사이의 관계식으로 수열을 정의하는 것

◈ 수학적 귀납법

- 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하는 증명방법

ㄱ. $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립함을 보인다.

ㄴ. $n=k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때에도 명제 $p(n)$이 성립함을 보인다.