#1 지수법칙

◈ 지수가 양의 정수일 때의 지수법칙

$a \neq 0$, $b \neq 0$이고 m, n이 정수일 때,

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$

#2 곱셈공식

◈ 곱셈공식

- $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$
- $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$
- $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
- $(a+b+c)^2$
  $= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
- $(x-a)(x-b) = x^2-(a+b)x+ab$
- $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$
- $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$
- $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$
- $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
- $(x-a)(x-b)(x-c)$
  $= x^3-(a+b+c)x^2$
  $+(ab+bc+ca)x-abc$
- $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
  $= a^3+b^3+c^3-3abc$
- $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$
  $= a^4+b^4+a^2b^2$

#3 곱셈 공식의 변형

◈ 곱셈 공식의 변형

- $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$
- $a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$
- $(a+b)^2 = (a-b)^2+4ab$
- $a^2+b^2+c^2$
  $= (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
- $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$
- $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$
- $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$
  $= \dfrac{1}{2}\{(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2\}$
- $a^3+b^3+c^3$
  $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
  $+3abc$

#4 다항식의 나눗셈

◈ 다항식의 나눗셈에 대한 등식

다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로

나누었을 때 몫을 $Q(x)$

나머지를 $R(x)$라 하면

$f(x) = g(x)Q(x)+R(x)$

단, $g(x) \neq 0$이고

$R(x)$의 차수는 $g(x)$의 차수보다 작다.

또한 $f(x) = g(x)Q(x)+R(x)$은 x에 대한 항등식이다.

#5 인수분해

◈ 인수분해 순서

1) 공통인수로 묶는다.
2) 곱셈공식을 활용한다.
3) 식을 적당히 치환하여 곱셈공식을 활용할 수 있는지 확인한다.
4) 문자가 여러 개 포함된 식의 인수분해
   - 차수가 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.
   - 차수가 같을 때에는 계수가 양수인 문자, 계수가 작은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후에 인수분해 한다.

#6 등식의 종류

◈ 항등식

문자를 포함한 등식에서 그 문자에 어떠한 값을 대입해도 항상 참인 등식

- 항등식의 표현
  1) 모든 x에 대하여 성립하는 등식
  2) 임의의 x에 대하여 성립하는 등식
  3) x의 값에 관계없이 성립하는 등식
  4) 어떤 x에 대하여도 항상 성립하는 등식

  "성립하는 등식" 대신 " 항상 참인 등식" 이라고 표현
- 항등식의 계수 정하는 방법
  1) 계수 비교법
     - 항등식의 양변의 동류항의 계수는 같다.
       * 동류항 : 같은 문자에 대하여 차수가 같은 항
  2) 수치 대입법

◈ 방정식

문자를 포함한 등식에서 그 문자에 어떠한 값을 대입했을 때, 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식

- 방정식을 푼다
  등식을 참으로 만드는 숫자를 찾는다.
  이 때, 이 숫자를 방정식의 "해" 또는 "근" 이라고 한다.

#7 나머지 정리

◈ 나머지 정리

- 다항식 $f(x)$를 x에 대한 일차식 $x-\alpha$로 나눈 나머지는 $f(\alpha)$
- 다항식 $f(x)$를 x에 대한 일차식 $ax+b$로 나눈 나머지는 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

#8 인수정리

◈ 인수정리

- 다항식 $f(x)$가 x에 대한 일차식 $x-\alpha$로 나누어 떨어지면 $f(\alpha)=0$
- 또, 역으로 $f(\alpha)=0$이면

  다항식 $f(x)$는 일차식 $x-\alpha$로 나누어 떨어지고

  $f(x)$는 $x-\alpha$를 인수로 갖고

  $f(x)=(x-\alpha)Q(x)$
- 삼차 이상의 다항식의 인수분해는 인수정리를 이용하여 다음과 같은 순서로 인수분해한다.

  1) 다항식의 식의 값을 0으로 만드는 숫자를 찾는다.

     - 상수항을 최고차항의 계수로 나눈 숫자의 $\pm$약수를 작은 수부터 대입하여 찾는다.

  2) 이차 이하의 식이 나올 때까지 위의 과정을 반복한다.

#9 수의 분류

◈ 자연수(양의 정수)의 분류

- 약수의 개수에 의한 분류

  1) 1

  2) 소수 : 약수의 개수가 2개

  3) 합성수 : 약수의 개수가 3개 이상
- 배수의 특징

  1) 2의 배수

     : 일의 자리의 수가 $0, 2, 4, 6, 8$

  2) 5의 배수

     : 일의 자리의 수가 $0, 5$

  3) 3의 배수

     : 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수

  4) 9의 배수

     : 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수

  5) 4의 배수

     : $abcde$ 에서 $10d+e$가 4의 배수

  6) 6의 배수

     : 2의 배수이면서 3의 배수

◈ $\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수(자연수)}\\ 0\\ \text{음의 정수}\end{cases}$

◈ 유리수

: 정수 a와 0이 아닌 정수 b에 대하여 $\frac{a}{b}$꼴로 표현할 수 있는 수

$\text{유리수}\begin{cases}\text{정수}\\ \text{정수 아닌 유리수}\end{cases}$

$\text{정수 아닌 유리수}\begin{cases}\text{유한소수}\\ \text{순환하는 무한소수}\end{cases}$

◈ 무리수

: 유리수가 아닌 실수

(순환하지 않는 무한소수)

◈ 실수

: 제곱하여 0이상인 수

#10 절댓값과 가우스

◈ 실수 a의 절댓값의 정의

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

◈ 절댓값의 성질 : a, b가 실수일 때

$|a| \geq 0,\ |-a| = |a|$
$|a|^2 = a^2,\ |a||b| = |ab|$
$\dfrac{|a|}{|b|} = \left|\dfrac{a}{b}\right| (b \neq 0)$

◈ 자신보다 크지 않은 최대의 정수

- 정수 n에 대하여 $n \leq x < n+1$이면
  $[x] = n$
- x의 소수부분은 $x - [x]$

#11 복소수

◈ 허수단위 i

- 정의 : $i^2 = -1$
- $i = \sqrt{-1},\ i^2 = -1,\ i^3 = -i,\ i^4 = 1$
- $a > 0$일 때, $\sqrt{-a} = \sqrt{a}\,i$

◈ 복소수

- a, b가 실수 일 때, $a+bi$ 꼴의 수를 복소수라 한다.
  a : 실수부분, b : 허수부분
  $b \neq 0$일 때, $a+bi$는 허수
  bi : 순허수
  $a^2 \geq 0$ 이면 a는 실수
  $c^2 < 0$ 이면 c는 순허수

#12 복소수의 연산

◈ 복소수가 같다.

- a, b, c, d가 실수일 때,
  $a+bi = c+di$이면 $a = c,\ b = d$

◈ 켤레복소수

- $\overline{a+bi} = a - bi$

◈ 복소수의 사칙연산

- $(a+bi)+(c+di) = a+c+(b+d)i$
- $(a+bi)-(c+di) = a-c+(b-d)i$
- $(a+bi)\times(c+di) = ac-bd+(ad+bc)i$
- $\dfrac{a+bi}{c+di} = \dfrac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$

#12 제곱근의 성질

◈ $a > 0,\ b > 0$일 때

- $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

◈ $a > 0,\ b < 0$일 때

- $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

◈ $a < 0,\ b > 0$일 때

- $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

◈ $a < 0,\ b < 0$일 때

- $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

#13 방정식과 일차방정식

◈ 일차방정식 $ax = b$

- $a \neq 0$ 이므로 $x = \dfrac{b}{a}$

◈ 방정식 $ax = b$

1) $a \neq 0$ 이면 $x = \dfrac{b}{a}$
2) $a = 0,\ b = 0$이면 해가 무수히 많다
3) $a = 0,\ b \neq 0$ 이면 해가 없다.

#14 방정식과 이차방정식

a, b, c는 실수

◈ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 풀이
1) 인수분해가 되는지 확인한다.
2) 인수분해가 안되면
근과 계수와의 관계를 생각한다.
3) 근의 공식을 생각한다.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해가 α, β라면

$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$

$\therefore\ \alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta=\frac{c}{a}$

◈ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 판별

- 실근 가질 조건 : $b^2-4ac\geq 0$
- 서로 다른 실근 가질 조건 : $b^2-4ac>0$
- 실근을 갖지 않을 조건 : $b^2-4ac<0$

◈ 방정식 $ax^2+bx+c=0$

- $a=0$ 인지 $a\neq 0$인지를 확인한다.
- $a=0$ 이면 방정식 $bx+c=0$을 푼다.
- $a\neq 0$ 이면
이차방정식 $ax^2+bx+c=0$을 푼다.

#15 이차방정식의 켤레근

◈ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$

- a, b, c가 유리수일 때,
$p+\sqrt{q}$가 해이면 $p-\sqrt{q}$도 해
(단, p, q는 유리수, $\sqrt{q}$는 무리수)
- a, b, c가 실수일 때,
$p+qi$가 해이면 $p-qi$도 해
(단, p, q는 실수, $q\neq 0$, $i=\sqrt{-1}$)

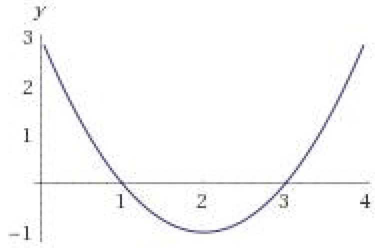
#16 이차방정식과 이차함수의 관계

◈ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 x축과의 교점의 x좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 실근이다.

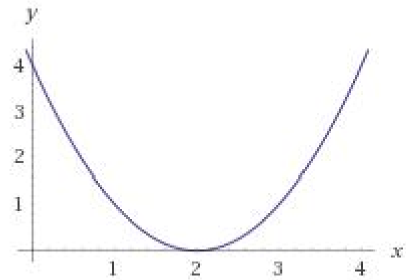
◈ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식 $D=b^2-4ac$의 부호에 따른 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

$a>0$일 때

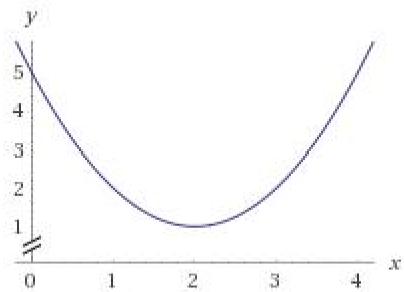
- $D>0$



- $D=0$



- $D<0$



#17 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계

◈ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치관계는 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+c-n=0$의 판별식 D이 부호에 따라 결정된다.

- $D>0$이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- $D=0$이면 접한다.
- $D<0$이면 만나지 않는다.

#18 이차방정식의 실근의 부호

◈ a, b, c는 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 실근을 α, β라 할 때

- 두 근이 모두 양수일 조건
  $D \geq 0, \alpha+\beta>0, \alpha\beta>0$
- 두 근이 모두 음수일 조건
  $D \geq 0, \alpha+\beta<0, \alpha\beta>0$
- 두 근이 서로 다른 부호일 조건
  $\alpha\beta<0$

◈ a, b, c는 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 분리 문제는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 문제의 조건에 알맞게 그리고 판별식, 경계에서의 y의 부호, 대칭축을 따져본다.

#19 이차함수의 최대와 최소

◈ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$는

- $a>0$이면 $x=p$에서
  최솟값 q를 갖고 최댓값은 갖지 않는다.
- $a<0$이면 $x=p$에서
  최댓값 q를 갖고 최솟값은 갖지 않는다.

◈ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 제한된 범위$(\alpha \leq x \leq \beta)$에서는 그래프를 그려서 최댓값과 최솟값을 확인한다.

#20 고차방정식의 풀이

◈ 삼차 이상의 다항방정식을 고차방정식이라 한다.

◈ 고차방정식의 풀이

- 다음의 순서에 따라 인수분해 한다.
  1) 인수분해 공식 이용
  2) 복잡한 식을 치환한 후
     인수분해 기본 공식을 적용
  3) 인수정리를 이용하여 인수분해

◈ 특수한 형태의 사차방정식의 풀이

- $x^4+ax^2+b=0$
  적당히 분리하여 합차식을 이용
- $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$
  x^2으로 나눈 후 $x+\dfrac{1}{x}=t$로 치환하여 방정식을 푼다.

  * $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2$

#21 삼차방정식의 근과 계수와의 관계

◈ 삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$의 세 근을 α, β, γ라 하면

ax^3+bx^2+cx+d
$=a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ 이고

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

#22 방정식 $x^3=1$의 허근의 성질

◈ $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$

◈ 방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 하면

1) $\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$

2) ω의 켤레 복소수 $\overline{\omega}$도 해이다.

3) $\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$

4) $w^2=-\omega-1=\overline{\omega}=\dfrac{1}{\omega}$

#23 연립방정식

◈ 연립방정식의 풀이 방법

- 미지수가 1개인 방정식으로 만든 후 방정식을 푼다.
  * 미지수의 개수를 줄이는 방법
    가감법, 대입법
- 연립방정식의 해는
  두 함수의 그래프의 교점의 좌표이다.

◈ 연립일차방정식의 해의 개수

x, y에 관한 연립방정식

$\begin{cases} ax+yb+c=0 \\ px+qy+r=0 \end{cases}$ 에서

1) $\dfrac{a}{p}\neq\dfrac{b}{q}$이면 한쌍의 해

2) $\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\dfrac{c}{r}$이면 해는 무수히 많다.

3) $\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}\neq\dfrac{c}{r}$이면 해가 없다.

#24 연립방정식(2)

◈ 일차식과 이차식의 연립

- 일차식을 정리하여 이차식에 대입하여 미지수가 하나인 이차방정식을 만들어 푼다.

◈ 이차식과 이차식의 연립

1) 어느 한 식이 인수분해 되면 인수분해 한 후에 다른 식에 대입하여 미지수가 하나인 이차방정식을 만들어 푼다.
2) 이차항을 소거하여 일차식으로 만든 후 그 일차식을 정리하여 이차식에 대입하여 미지수가 하나인 이차방정식을 만들어 푼다.
3) 상수항을 소거하여 얻은 식이 두 일차식의 곱으로 인수분해되면 인수분해 한 후에 다른 식에 대입하여 미지수가 하나인 이차방정식을 만들어 푼다.

◈ $x+y=u$, $xy=v$인 경우

x, y는 t에 대한

방정식 $t^2-ut+v=0$의 해이다.

#25 부정방정식

◈ 부정방정식

- 미지수의 개수보다 방정식의 개수가 적거나 미지수의 개수와 방정식의 개수가 같더라도 실제로는 같은 방정식이어서 방정식의 해가 무수히 많은 경우 이를 부정방정식이라 한다.

◈ 부정방정식의 풀이

1) 정수(또는 자연수) 조건
   - 정수 × 정수 = 정수
2) a, b가 유리수 조건
   - $a+b\sqrt{3}=0$ 이면 $a=0$, $b=0$
3) a, b가 실수 조건
   - $a^2+b^2=0$, $|a|+|b|=0$, $a+bi=0$ 이면 $a=0$, $b=0$

#26 부등식의 성질과 일차부등식의 해법

◈ 부등식의 성질

- $a > b,\ b > c$이면 $a > c$
- $a > b$이면 $a+m > b+m$,
  $a-m > b-m$
- $a > b,\ m > 0$이면 $am > bm,\ \dfrac{a}{m} > \dfrac{b}{m}$
- $a > b,\ m < 0$이면 $am < bm,\ \dfrac{a}{m} < \dfrac{b}{m}$
- a와 b가 서로 같은 부호이면
  $ab > 0,\ \dfrac{a}{b} > 0,\ \dfrac{b}{a} > 0$
- a와 b가 서로 다른 부호이면
  $ab < 0,\ \dfrac{a}{b} < 0,\ \dfrac{b}{a} < 0$

◈ 부등식 $ax > b$의 해

- $a > 0$이면 $x > \dfrac{b}{a}$
- $a < 0$이면 $x < \dfrac{b}{a}$
- $a = 0$이면
  $$\begin{cases} b \ge 0 \text{ 이면 해가 없다} \\ b < 0 \text{ 이면 } x\text{는 모든실수} \end{cases}$$

#27 연립일차부등식의 해법

◈ $A < B < C$ 꼴의 연립부등식

- $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 의 꼴로 바꾸어 푼다.

◈ 절댓값 기호가 있는 부등식

- $a > 0$일 때
  $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
  $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ or $x > a$

#28 이차부등식과 이차함수

◈ 이차부등식의 해와 이차함수의 그래프의 관계

- $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해
  $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $y > 0$인 x의 범위
- $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해
  $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $y < 0$인 x의 범위

◈ 항상 성립하는 이차부등식

- 모든 실수 x에 대하여
  $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립
  $a > 0$ 이고 $b^2 - 4ac < 0$
- 모든 실수 x에 대하여
  $ax^2 + bx + c \ge 0$ 이 항상 성립
  $a > 0$ 이고 $b^2 - 4ac \le 0$
- 모든 실수 x에 대하여
  $ax^2 + bx + c < 0$ 이 항상 성립
  $a < 0$ 이고 $b^2 - 4ac < 0$
- 모든 실수 x에 대하여
  $ax^2 + bx + c \le 0$ 이 항상 성립
  $a < 0$ 이고 $b^2 - 4ac \le 0$

#29 두 점 사이의 거리

◈ 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)$ 사이의 거리

- $\overline{AB} = |a-b|$

◈ 좌표평면 위의 두 점

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 사이의 거리

- $\overline{AB} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- $\overline{OA} = \sqrt{x_1^2+y_1^2}$ (O는 원점)

#30 선분의 내분점과 외분점

◈ 수직선 위의 선분의 내분점과 외분점

수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)$을 잇는 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\dfrac{mb+na}{m+n}\right)$

수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)$을 잇는 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$Q\left(\dfrac{mb-na}{m-n}\right)$

◈ 좌표평면에서 선분의 내분점

- 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n}, \dfrac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$

◈ 좌표공간에서 선분의 외분점

- 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0,\ m\neq n)$ 으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$Q\left(\dfrac{mx_2-nx_1}{m-n}, \dfrac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$

◈ 좌표평면에서 삼각형의 무게중심

- 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표가 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$일 때, 무게중심 G의 좌표는

$G\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}, \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

#31 직선의 방정식

◈ 점 (x_1, y_1)을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식

- $y-y_1=m(x-x_1)$

◈ 서로 다른 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 을 지나는 직선의 방정식

- $x_1=x_2$일 때, $x=x_1$
- $x_1\neq x_2$일 때

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

◈ x절편이 a, y절편이 b인 직선의 방정식 (단, $a\neq 0$, $b\neq 0$)

- $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

◈ $y=ax+b$의 그래프

- $a=\tan\theta$

단, θ는 x축의 양의 방향과 이루는 각도

#32 두 직선의 위치관계

◈ 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식

$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$p(ax+by+c)$$
$$+q(a'x+b'y+c')=0$$

◈ 두 직선 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 의 위치 관계

- 두 직선이 평행하다. $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$
- 두 직선이 만나는 점의 개수가 2개 이상이다.(두 직선이 일치한다.)

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$$

- 두 직선이 수직으로 만난다.

$$aa'+bb'=0$$

#33 점과 직선 사이의 거리

◈ 점 (x_1, y_1)과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리

- $\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

#34 원의 방정식

◈ 원의 방정식

- 좌표평면에서 중심이 점 $C(a, b)$이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은

  $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

  ※ 특히 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식

  $x^2+y^2=r^2$

- x축에 접하는 원의 방정식

  $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$

- y축에 접하는 원의 방정식

  $(x-a)^2+(y-b)^2=a^2$

- x축, y축에 동시에 접하는 원의 방정식

  $(x\pm a)^2+(y\pm a)^2=a^2$

- 원의 방정식의 일반형

  $x^2+y^2+Ax+By+C=0$

  (단, $A^2+B^2-4C>0$)

  중심의 좌표 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$

  반지름의 길이 $\frac{\sqrt{A^2+B^2-4C}}{2}$

#35 원과 직선의 위치관계

◈ $\begin{cases} y=mx+n \\ f(x, y)=0 \end{cases}$ 의 위치관계

- $f(x, y)=0$에 $y=mx+n$을 대입하면 $f(x, mx+n)=0$은 이차방정식이다.

  $D>0$이면 서로 다른 두 점

  $D=0$이면 접한다

  $D<0$이면 만나지 않는다.

- 원 $f(x, y)=0$(반지름 : r)의 중심에서 직선 $y=mx+n$까지의 거리를 d

  $d<r$이면 서로 다른 두 점

  $d=r$이면 접한다.

  $d>r$이면 만나지 않는다.

◈ 원의 접선의 방정식

- 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식

  $x_1x+y_1y=r^2$

- 원 $x^2+y^2=r^2$에 접하고 기울기가 m이 직선의 방정식

  $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

#36 두 원의 위치관계

◈ 두 원의 위치관계

두 원의 반지름의 길이가

각각 r, r'이고 중심 사이의 거리가 d

- $r+r' < d$ 만나지 않는다.
- $r+r' = d$ 외접한다.
- $|r-r'| < d < r+r'$ 두 점에서 만난다.
- $|r-r'| = d$ 내접한다.
- $|r-r'| > d$ 만나지 않는다.

◈ 두 원의 교점을 지나는 원과 직선

- $\begin{cases} x^2+y^2+Ax+By+C=0 \\ x^2+y^2+A'x+B'y+C'=0 \end{cases}$

의 교점을 지나는 원의 방정식

$x^2+y^2+Ax+By+C$
$+k(x^2+y^2+A'x+B'y+C')=0$
$(k\neq-1)$

$k=-1$ 이면 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식이다.

#37 도형의 평행이동

◈ 점의 평행이동

- 좌표평면 위의 점 $(x,\ y)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동 시킨 점

$(x+a,\ y+b)$

$T:(x,\ y)\rightarrow(x+a,\ y+b)$ 로 표현

◈ 도형의 평행이동

- 좌표평면 위의 도형 $f(x,\ y)=0$을 $T:(x,\ y)\rightarrow(x+a,\ y+b)$ 에 의하여 평행이동한 도형의 방정식은

$f(x-a,\ y-b)=0$

#38 도형의 대칭이동

◈ 점의 대칭이동

- x축에 대한 대칭이동

  $T:(x,\ y)\rightarrow(x,\ -y)$

- y축에 대한 대칭이동

  $T:(x,\ y)\rightarrow(-x,\ y)$

- 원점에 대한 대칭이동

  $T:(x,\ y)\rightarrow(-x,\ -y)$

- 직선 $y=x$에 대한 대칭이동

  $T:(x,\ y)\rightarrow(y,\ x)$

◈ 도형의 대칭이동

- x축에 대한 대칭이동

  $f(x,\ y)=0\rightarrow f(x,\ -y)=0$

- y축에 대한 대칭이동

  $f(x,\ y)=0\rightarrow f(-x,\ y)=0$

- 원점에 대한 대칭이동

  $f(x,\ y)=0\rightarrow f(-x,\ -y)=0$

- 직선 $y=x$에 대한 대칭이동

  $f(x,\ y)=0\rightarrow f(y,\ x)=0$