## 2024 수능 출제 예상 문제2

1. 2 이상의 자연수 n에 대하여 두 집합  $A = \{2,3,4,\cdots,m\},\ B = \{-3,-2,-1,0,1,2\}$ 가 있다. 집합

 $C = \{x | x^a = b, x$ 는 실수 $, a \in A, b \in B\}$ 에 대하여  $n(C) \le 400$ 을 만족시키는 m의 최댓값은?

- 1) 150
- ② 152
- ③ 156
- 4) 158
- (5) 160

2. 5 < a < b < 100인 두 자연수 a, b에 대하여 집합  $A = \left\{k | k = \log_b a, k$ 는 유리수 $\right\}$ 라 할 때, 집합 A의 모든 원소를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $a_1, a_2, \bullet \bullet, a_m (m$ 은 자연수)이라 할 때,  $m + 45 \sum_{i=1}^m a_i$ 의 값을 구하시오.

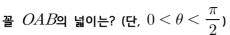
3. 등식  $2144 \times 4^{x+y} = 4^x + 4^y + 1$ 를 만족시키는 음의 정수 x, y의 값을 각각 a,  $b(a \ge b)$ 라 할 때, a-b의 값을 구하시오.

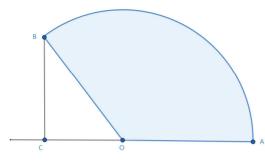
4. 자연수 n에 대하여  $0 \le x \le \frac{n}{3}$ 일 때, 부등식  $\sin^2\!\!\left(\frac{\pi}{12}x\right)\!\!\le \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x의 개수를 f(n)이라 하자. f(n)=20이 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

- 5.  $0 \le x \le \pi$ 일 때, x에 대한 방정식  $\left| \frac{11}{2} 6 \sin x 4 \sin^2 \! \left( x \frac{\pi}{2} \right) \right| = k$ 가 서로 다른 실 근의 개수가 4이상이 되도록하는 실수 k 값의 범위가  $\alpha \le k \le \beta$ 일 때,  $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오.
- 7. 양의 정수 a에 대하여  $0 \le x < 2\pi$  일 때, x에 대한 방정식  $\sin(ax) = \frac{1}{2}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.  $0 \le x < 2\pi$ 일 때, x에 대한 방정식  $|\sin(ax)| = \frac{1}{2}$ 의 모든 실근의 합을  $\alpha$ 라 하자.  $\alpha + a\pi$ 의 값은?
  - ①  $12\pi$
- $\bigcirc$   $16\pi$
- $3) 20\pi$
- (4)  $24\pi$
- ⑤  $28\pi$

- 6. 모든 실수 x에 대하여  $\sqrt[5]{-x^2+4ax-16a} \text{ 가 음수가 되도록 하 는 모든 자연수 } a$ 의 값의 합을 구하시오.
- 8. 함수  $y = a^{x-m}$  (0 < a < 1)의 그래 프와 그 역함수의 그래프가 세 점에서 만나고 이 세 점의 x좌표가 각각 2, k, 8일 때,  $a^{-3} \times m$ 의 값을 구하시오. (단, 2 < k < 8이고, a, m은 상수이다.)

9. 중심이 O이고 중심각의 크기가  $\theta$ 인 부채꼴 OAB의 호 AB의 길이가  $2\pi$ 이다. 점 B에서 선분 OA의 연장선상에 내린 수선의 발 C가 선분 OA를 1:3으로 외분하는 점일 때, 부채  $\pi$ 





- ①  $\pi$
- $\bigcirc 2\pi$
- $3\pi$
- $4\pi$
- $\bigcirc 5\pi$

- 10. 정의역이  $\{x | \ 1 < x \le 3^{64}\}$ 인 함수  $f(x) = (x^2 \times \sqrt[4]{x})^{\frac{1}{3}}$ 이 있다. 2이상의 자연수 k에 대하여 f(f(k))의 값이 자연수 일 때, f(f(k))의 최솟값을 m, f(f(k))의 최 댓값을 M이라 하자.  $\frac{M}{m}$ 의 값은?
  - ①  $3^{15}$
- ②  $3^{18}$
- (3)  $3^{21}$
- (4) 3<sup>24</sup>
- $\bigcirc 3^{27}$

- 11. 함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동 하면 함수 y = g(x)의 그래프와 일치하고, 두 함수  $y = \log_3 x$ , y = g(x)의 그래프는 x축위에서 만난다. 두 함수 y = g(x),  $y = 3^{x-n} + m$ 의 그래프가 만나는 한 점 A에 대하여  $\overline{OA} = 2\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 m의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.)
  - ①  $-\frac{5}{3}$
- $\bigcirc -\frac{3}{2}$
- $3 \frac{4}{3}$
- $4 \frac{7}{6}$
- $\bigcirc$  -1

- 12. 집합
  - $A = \{x \mid (x^2 + 1)(1 + \cos\theta) 2x(1 + \sin\theta) = 0\}$ 에 대하여 n(A) = 1이 되도록 하는 서로 다른 모든 실수  $\theta$ 의 값의 합은? (단,  $0 \le \theta \le 2\pi$ )
  - ① π
- ③ 2π
- $(4) \frac{5}{2}\pi$
- (5)  $3\pi$

13. 2이상의 자연수 k에 대하여 두 함수  $y=\cos x,\ y=\cos kx$ 의 그래프의 교점의 개수를 f(k), 두 함수  $y=\cos x,$   $y=\sin kx$ 의 그래프의 교점의 개수를 g(k)라 하자.  $\sum_{k=5}^{8}(f(k)+g(k))$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 \le x \le 2\pi$ )

14. 함수

$$f(x) = \sin^2\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) + \sqrt{1 - \cos^2 x} + k$$

의 최솟값은 m이고, 최댓값은  $\dfrac{21}{4}$ 이다.

 $k \times M$ 의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

15. 상수 a에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)^2}{|x-3|} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, f(a)의 값은?

- ① 1
- ② 2

- 3 3
- **4**
- **⑤** 5

16. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \le 2) \\ 3-x & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 다항함수 g(x)가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(7h) \lim_{x \to \infty} \frac{g(x) + x}{x^2} = 1$$

(나) f(x)g(x)는 실수 전체의 집합에서 연속

 $\lim_{x o 3}rac{g(x)}{3-x}$ 의 값이 존재할 때, 그 값은?

- $\bigcirc -1$
- 3 3
- (4) -4
- (5) -5

- 17. 삼차함수 f(x)에 대하여 곡선 y=(x-2)f(x)위의 두 점 (0,0),(3,3) 에서의 접선을 각각  $l_1$ 과  $l_2$ 라 하면, 두 직선  $l_1$ 과  $l_2$ 는 서로 일치한다.  $f(1)\times f(4)$ 의 값은?
  - ① -1
- (2) 2
- 3 3
- (4) -4
- (5) -5

18. 양의 상수 k와 어떤 다항함수 f(x)에 대하여 모든 실수의 구간에서 연속인 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - 10}{x^2 - k^2} & (|x| < k \text{ } \Xi \succeq x > k) \\ 4 & (x = k) \\ 20 & (x \le -k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다

$$\text{(7h) } \lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2}=2$$

(나) 함수 g(x)의 최솟값은 2이다.

일 때, f(0)의 최댓값은?

- $\bigcirc -2$
- 3 0
- **4** 1
- **⑤** 2

19.  $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 2x + b}{x^2 - (a+b)x + ab} = c$ 

가 성립하도록 하는 100이하의 자연수 a,b,c의 순서쌍 (a,b,c)의 개수를 구하시 오.

20. 실수 t에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & (x < 3) \\ -x^2 + 4x & (x \ge 3) \end{cases}$$

의 그래프와 직선 y=tx가 만나는 점의 개수를 g(t)라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 h(t)에 대하여 g(t)h(t)가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $\lim_{t \to 12+} \frac{h(t)}{g(10-t)}$ 의 값을 구하시오.