#1 1994년 1차

1. a, x, y가 양의 실수이고

$A=\log_a \frac{x^2}{y^3}$, $B=\log_a \frac{y^2}{x^3}$일 때, $3A+2B$와 같은 것은? (단, $a \neq 1$)

① $\log_a \frac{1}{x^5}$ ② $\log_a \frac{1}{y^5}$ ③ $\log_a \frac{1}{xy}$

④ $\log_a \frac{x^5}{y^5}$ ⑤ $\log_a \frac{x^5}{y^7}$

4. 고대 이집트의 수학 문헌인 아메스 파피루스(기원전 1650년경)에는 다음과 같은 문제가 기록되어 있다.

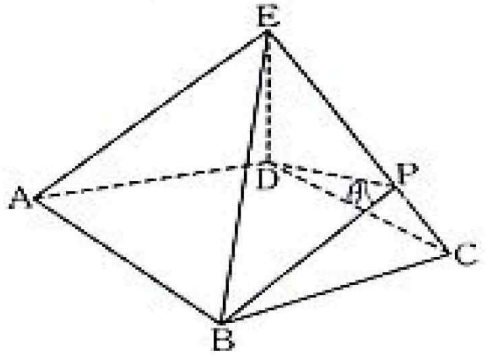
다섯 사람에게 120개의 빵을 나누어 주는데, 각자의 배당몫이 등차수열을 이루고, 가장 적게 배당받는 사람과 그 다음으로 적게 배당받는 사람의 몫의 합이 나머지 세 사람 몫의 합의 $\frac{1}{7}$이 되도록 하라.

위와 같이 빵을 나누어 줄 때, 가장 많이 배당받는 사람의 몫은?

① 52 ② 50 ③ 48

④ 46 ⑤ 44

15. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1인 정사각뿔이 있다. 모서리 EC위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle BPD=\theta$라 할 때, $\cos\theta$의 최댓값과 최솟값의 합은?



① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

16. 아래와 같이 나열된 55개의 수를 모두 더하면?

1
2 4
3 6 9
4 8 12 16
5 10 15 20 25
6 12 18 24 30 36
7 14 21 28 35 42 49
8 16 24 32 40 48 56 64
9 18 27 36 45 54 63 72 81
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

① 1755 ② 1705 ③ 1655

④ 1605 ⑤ 1555

#2 1994년 2차

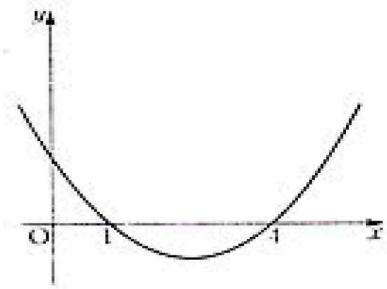
1. $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{3}$일 때,

$\frac{1}{\cos\theta}(\tan\theta+\frac{1}{\tan^2\theta})$의 값은?

① $\frac{45}{16}$ ② $\frac{43}{16}$ ③ $\frac{41}{16}$

④ $\frac{39}{16}$ ⑤ $\frac{37}{16}$

3. 오른쪽 그림은 $y=f(x)$의 그래프이다. 함수 $g(x)$를 $g(x)=\int_x^{x+1} f(t)dt$라 할 때, $g(x)$의 최솟값은?



① $g(1)$ ② $g(2)$ ③ $g\left(\frac{5}{2}\right)$

④ $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ⑤ $g(4)$

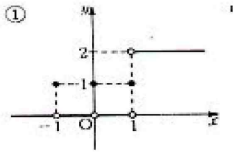
4. 첫째 항이 m, 공차가 1인 등차수열의 첫째 항부터 제 n항까지의 합이 50일 때, $m+n$의 값은? (단, $m \le 10$인 자연수)

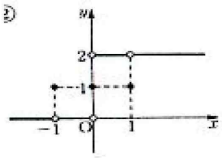
① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

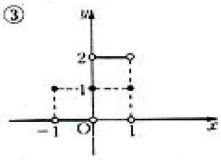
13. 부등식 $|\log_2 a-\log_2 10|+\log_2 b \le 1$을 만족시키는 두 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)의 개수는?

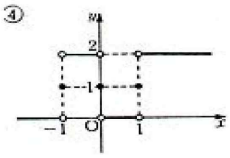
① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

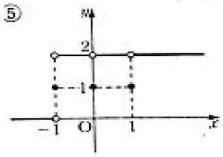
15. 실수 x에 대하여 $t^2 = x^3 - x$를 만족시키는 실수 t의 개수를 $f(x)$라 하자. 함수 $y = f(x)$의 그래프의 개형은?

①


②


③


④


⑤


20. 고속 열차가 출발하여 $3\,\mathrm{km}$를 달리는 동안은 시각 t분에서의 속력이

$v(t) = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t$ (km/분) 이고

그 이후로는 속력이 일정하다. 출발 후 5분 동안 이 열차가 달린 거리는?

① $17\,\mathrm{km}$ ② $16\,\mathrm{km}$ ③ $15\,\mathrm{km}$
④ $14\,\mathrm{km}$ ⑤ $13\,\mathrm{km}$

#3 1995년

2. 지수방정식 $3^{x+2}=96$의 근을 α라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $0<\alpha<1$ ② $1<\alpha<2$
③ $2<\alpha<3$ ④ $3<\alpha<4$
⑤ $4<\alpha<5$

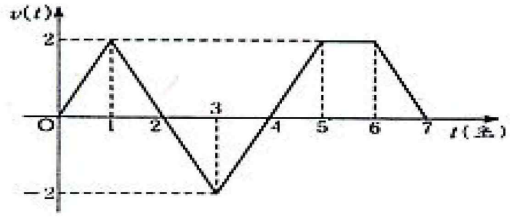
4. 정적분 $\int_0^3 |x-1|\,dx$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. $x=a$에서 함수 $f(x)$의 미분계수는 2이다. 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a)-g(h)}{h}=0$이 성립할 때, $\lim_{h\to 0}\frac{g(h)}{h}$의 값은?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 7초 동안 움직이는 점 P의 t초 후의 속도 $v(t)$가 다음 그림과 같을 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

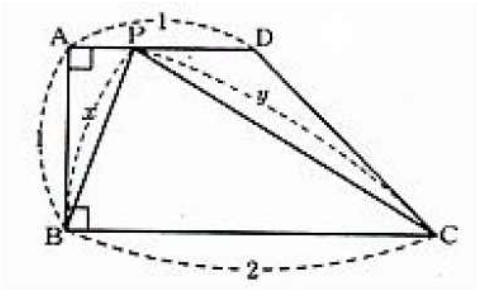


<보기>

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 1초 동안 멈춘 적이 있었다.
ㄴ. 점 P는 움직이는 동안 방향을 4번 바꿨다.
ㄷ. 점 P는 출발하고 나서 4초 후 출발점에 있었다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 아래 그림과 같은 사다리꼴 $ABCD$가 있다. $\overline{AB}=\overline{AD}=1$, $\overline{BC}=2$, $\angle A$와 $\angle B$의 크기는 $\frac{\pi}{2}$이다. 윗변 AD에 임의의 점 P를 잡아 $\overline{PB}=x$, $\overline{PC}=y$라 할 때, 다음 <보기> 주 옳은 것을 모두 고르면?



<보기>

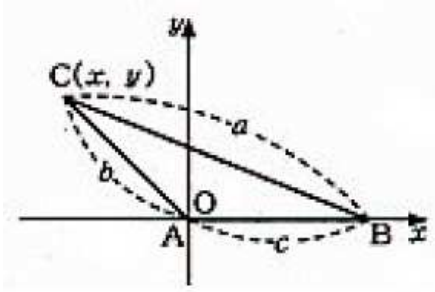
ㄱ. $xy \geq 2$이다.

ㄴ. $xy=2$이면, ΔBCP는 직각삼각형이다.

ㄷ. $xy \leq \sqrt{5}$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 다음은 삼각형의 변의 길이와 각의 코사인 사이의 관계인 제이코사인법칙을 ΔABC에서 $\angle A$가 둔각인 경우에 대하여 증명한 것이다.



위의 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 ΔABC를 좌표평면의 원점에 꼭짓점 A가 놓이도록 하자. 꼭짓점 C의 좌표를 (x, y)라 하면, $x=$ (가), $y=$ (나) 이므로 피타고라스의 정리에 의하여 다음이 성립한다.

$a^2=(\text{ 다 })^2+y^2$

$\quad =b^2+c^2-2bc\cos A$

① $b\cos A$, $b\sin A$, $c+x$
② $b\cos A$, $b\sin A$, $c-x$
③ $b\cos A$, $-b\sin A$, $c+x$
④ $-b\cos A$, $-b\sin A$, $c-x$
⑤ $-b\cos A$, $-b\sin A$, $c+x$

25. 모든 자연수 n에 대하여, 다항식 $f_n(x)$는 다음 두 성질 (가)와 (나)를 갖는다.

(가) $f_1(x)=x^2$

(나) $f_{n+1}(x)=f_n(x)+f_n{}'(x)$

$f_{25}(x)$의 상수항은?

① 548 ② 550 ③ 552
④ 554 ⑤ 556

27. 함수 $f(x)=\log_9(5-x)+\log_3(x+4)$의 최댓값은?

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{2}{5}+\log_3 4$

④ $\frac{3}{2}+\log_3 2$ ⑤ $4+\log_3 6$

16. $\angle C$가 직각이고 $\angle B$의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 직각삼각형 ABC의 변 BC 위에 점 D를 잡고, $\angle BAD$의 크기를 θ라 할 때, $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$를 θ의 함수로 나타내면?

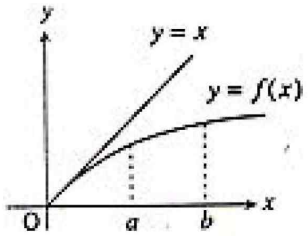
① $\sin\theta$ ② $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

③ $\frac{2\sin\theta}{1+2\cos\theta}$ ④ $\frac{2\sin\theta}{\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta}$

⑤ $\frac{1-\cos\theta}{2}$

#4 1996년

7. 오른쪽 그림은 미분가능한 함수 $y=f(x)$와 $y=x$의 그래프이다. $0<a<b$일 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?



<보기>

ㄱ. $\frac{f(a)}{a}<\frac{f(b)}{b}$

ㄴ. $f(b)-f(a)>b-a$

ㄷ. $f'(a)>f'(b)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ,ㄴ ⑤ ㄴ,ㄷ

13. 다항식 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $g(g(x))=x$이고 $g(0)=1$일 때, $g(-1)$의 값은?

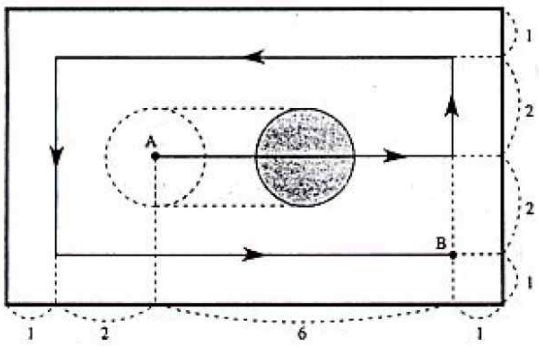
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

23. 함수 $f(x)=\frac{x^2}{4}+a \quad (x\geq 0)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 방정식 $f(x)=g(x)$가 음이 아닌 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 값의 범위는?

① $0\leq a<1$ ② $a\geq 0$ ③ $a<1$

④ $0<a<2$ ⑤ $a<2$

29. 가로의 길이가 10,세로의 길이가 6인 아래 그림과 같은 직사각형의 내부에서 반지름의 길이가 1인 원이 지나간 자리에는 형광 페인트가 칠해진다고 한다. 원의 중심이 그림고 같이 A부터 B까지 화살표 방향의 경로를 따라 움직일 때, 직사각형의 영역 중 형광 페인트가 칠해지지 않는 부분의 넓이는? (단, 겨로를 구성하는 모든 선분은 직사각형의 변에 평행하거나 수직이다.)



① 0

② $10-\frac{5}{2}\pi$

③ $8-2\pi$

④ $6-\frac{3}{2}\pi$

⑤ $4-\pi$

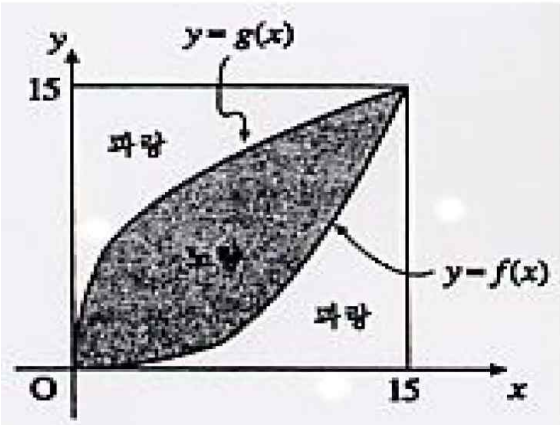
5. 방정식 $\cos^2 x-\sin^2 2x=0$을 만족하는 $0 \le x \le 2\pi$인 서로 다른 실근의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

#5 1997년

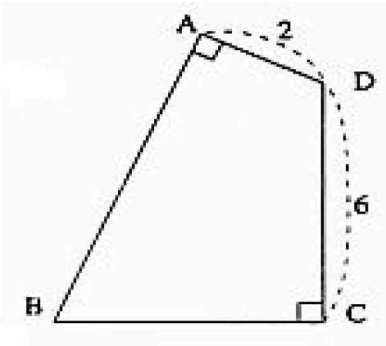
25. 정사각형 모양의 타일이 좌표평면에 그림과 같이 가로, 세로가 각각 x축, y축과 일치되게 놓여 있다. 이 타일에 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프를 경계로 하여 파랑색과 노랑색을 칠하려고 한다. 파랑색과 노랑색이 칠해지는 부분의 면적의 비가 $2:3$일 때, $\int_0^{15} f(x)dx$ 의 값을 구하여라.

(단, 함수 $g(x)$는 함수 $f(x)$의 역함수이다)



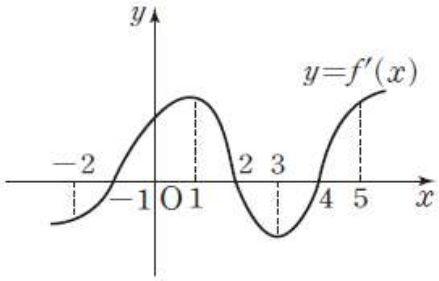
27. a, b는 양수이고 $\alpha+\beta+\gamma=\pi$이다. $a^2+b^2=3ab\cos\gamma$ 일 때, $9\sin^2(\pi+\alpha+\beta)+9\cos\gamma$의 최댓값을 구하시오.

27. 오른쪽 그림에서 사각형 $ABCD$의 각 변의 길이는 정수이고 $\overline{AD}=2$, $\overline{CD}=6$, $\angle A=\angle C=90^\circ$ 이다. 이 사각형 둘레의 최대 길이를 구하라.



#6 **1998년**

10. 함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다. 다음 중 옳은 것은?



① $f(x)$는 구간 $(-2, 1)$에서 증가한다.
② $f(x)$는 구간 $(1, 3)$에서 감소한다.
③ $f(x)$는 구간 $(4, 5)$에서 증가한다.
④ $f(x)$는 $x=2$ 에서 극소이다.
⑤ $f(x)$는 $x=3$ 에서 극소이다.

13. 방정식 $|x^2+(a-2)x-2|=1$의 모든 근의 합이 0일 때 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

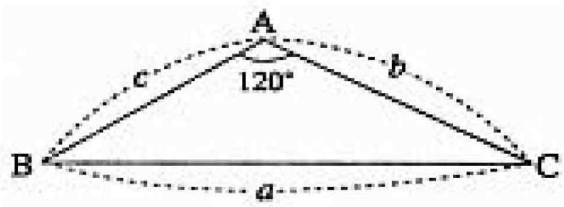
19. 다음과 같이 1부터 연속된 자연수가 규칙적으로 나열되어 있다.

1 행	1				
2 행	2	3			
3 행	4	5	6		
4 행	7	8	9	10	
5 행	11	12	13	14	15
·	·	·	·	·	· ·
10 행	·	·	·	·	· · · · · ⊔

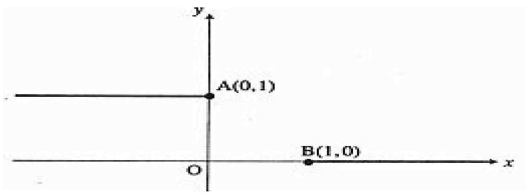
10 행의 마지막에 들어갈 수는?

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

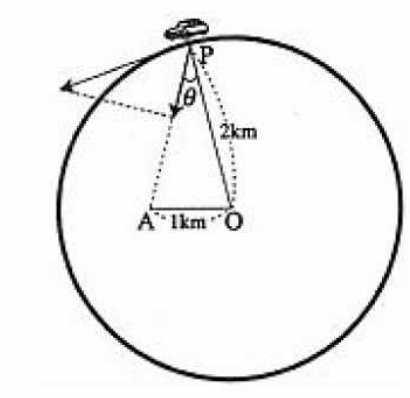
26. $\triangle ABC$에서 $b=8,\ c=7,$ $\angle A=120^\circ$ 일 때, a의 값을 구하시오.



29. 다음 그림은 함수 $y=1$과 함수 $y=0$의 그래프의 일부이다. 두 점 $A(0,1),\ B(1,0)$ 사이를 $0 \le x \le 1$에서 정의된 함수 $y=ax^3+bx^2+cx+1$의 그래프를 이용하여 연결하였다. 이렇게 연결된 그래프 전체를 나타내는 함수가 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 미분가능하도록 상수 a, b, c의 값을 정할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하시오.



24. 반지름의 길이가 $2km$인 원형의 자동차 시험장에서 초속 $20m$이 일정한 속력으로 자동차가 달리고 있다. 원의 중심 O에서 $1km$ 떨어진 지점 A에 속력 측정기가 놓여 있어, 자동차의 속도 중 자동차의 위치 P로부터 A방향으로의 성분을 측정하고 있다. 이 때, $\angle APO = \theta$이면, 이 성분의 크기는 $20\sin\theta(m/초)$이다. 이 자동차가 한 바퀴 도는 동안 속력 측정기가 기록하는 최댓값은 몇 $m/초$인가?



① 8 ② 10 ③ $10\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ 20

#7 1999년

2. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$일 때, $\sin x \cos x$의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

5. <보기> 중 같은 함수끼리 짝지어진 것을 모두 고르면?

<보기>

ㄱ. $y = \log(x-1)(x-2)$

$y = \log(x-1) + \log(x-2)$

ㄴ. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$

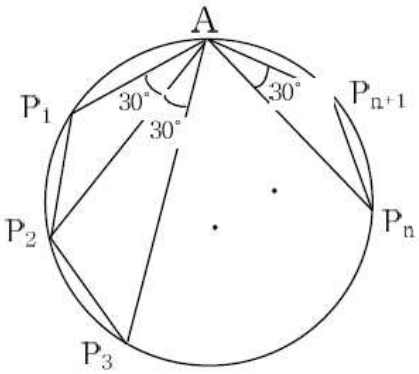
$y = x+1$

ㄷ. $y = x$

$y = \sqrt[3]{x^3}$

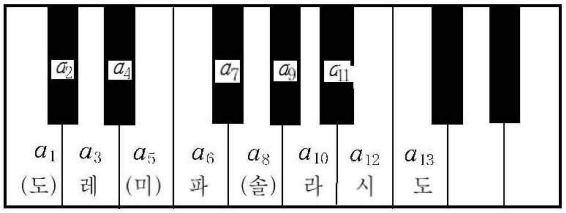
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

21. 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점 A를 꼭짓점으로 하고, A에서의 내각이 30°인 삼각형을 원에 내접하며 서로 겹치지 않도록 최대한 붙였을 때, 삼각형들의 꼭짓점들을 꼭짓점 A로부터 시계반대 방향으로 순서대로 $P_1, P_2, \cdot\cdot\cdot, P_n, P_{n+1}$ 이라 하자. 선분 $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \cdot\cdot\cdot, \overline{P_nP_{n+1}}$ 의 길이의 합은?



① 5 ② $5\sqrt{3}$ ③ $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
④ 4 ⑤ $4\sqrt{3}$

23. 서양음악의 12음계에서 음의 주파수는 반음 올라갈 때마다 일정 비율로 높아져 12반음 올라가면 2배가 되는 등비수열을 이룬다. 아래 피아노 건반에 표시된 도, 미, 솔의 주파수비 $a_1 : a_5 : a_8$에 가장 가까운 정수비는?(단, $2^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{4}, 2^{\frac{5}{12}} = \frac{4}{3}, 2^{\frac{7}{12}} = \frac{3}{2}$으로 근사하여 계산한다.)



① $2:3:4$ ② $3:4:5$ ③ $4:5:6$
④ $5:6:8$ ⑤ $6:8:9$

26. 함수 $f(x)=(x-1)(x^3+2x^2+8)$에 대하여, 미분계수 $f'(1)$을 구하시오.

#8 2000년

3. $4\cos^2 x + 4\sin x = 5$일 때, $\sin x$의 값은?

① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. 삼차함수 $y = x^3 - 3ax^2 + 4a$의 그래프가 x축에 접할 때, a의 값은? (단, $a > 0$)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

12. ΔABC에서
$6\sin A = 2\sqrt{3}\sin B = 3\sin C$ 가 성립할 때, $\angle A$의 크기는?

① 120° ② 90° ③ 60° ④ 45° ⑤ 30°

19. 부등식 $\cos^2\theta - 3\cos\theta - a + 9 \geq 0$이 모든 θ에 대하여 항상 성립하는 실수 a의 범위는?

① $-1 \leq a \leq 9$ ② $a \geq 0$ ③ $a \geq 5$
④ $a \leq 7$ ⑤ $a \leq 9$

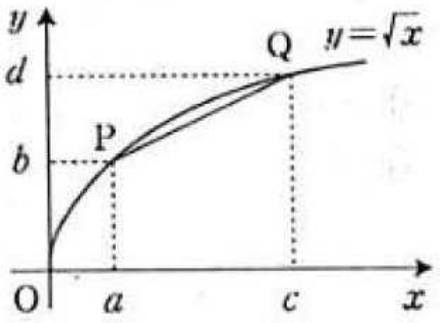
20. 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가
$\lim_{x \to 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = 1$, $\lim_{x \to 3} \frac{g(x)-1}{x-3} = 2$
를 만족시킬 때, 함수 $y = f(x)g(x)$의 $x = 3$에서의 미분계수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

26. 다항함수 $f(x)$가
$\int_2^x f(t)dt = x^2 + ax + 2$를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오.

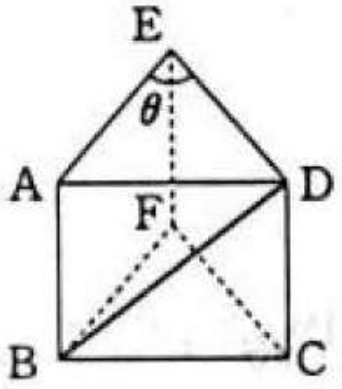
27. 직선 $y=x$에 대하여 대칭인 두 직선 $y=ax$, $y=bx$가 이루는 각이 30°일 때, $3(a^2+b^2)$의 값을 구하시오.

6. 함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프 위의 두 점 $P(a,b)$, $Q(c,d)$에 대하여 $\frac{b+d}{2}=1$일 때 직선 PQ의 기울기는? (단, $0<a<c$)



① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

12. 오른쪽 삼각기둥에서 두 정사각형 $ABFE$ 와 $CDEF$의 한 변의 길이는 1이다. $\angle AED=\theta$일 때, 선분 BD의 길이를 θ의 함수로 나타낸 것은?



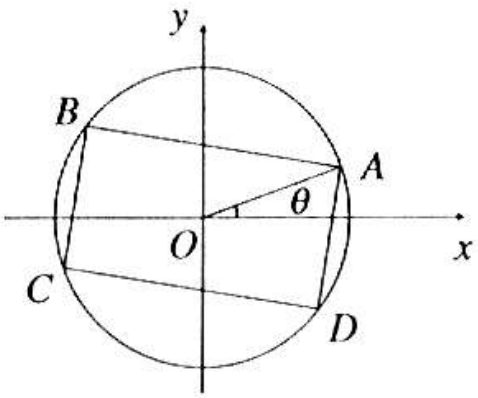
① $\sqrt{3-2\cos\theta}$ ② $\sqrt{3+2\cos\theta}$
③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{3-2\sin\theta}$
⑤ $\sqrt{3+2\sin\theta}$

#9 2001년

3. $\left(2+2\sin\frac{\pi}{3}\right)\left(2-\tan\frac{\pi}{3}\right)$의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

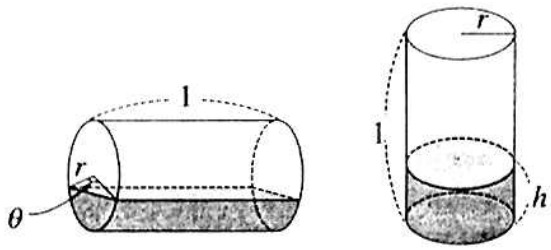
5. 그림과 같이 직사각형 $ABCD$가 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접해 있다. x축과 선분 OA가 이루는 각을 θ라 할 때, $\cos(\pi-\theta)$와 같은 것은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)



① A 의 x 좌표 ② B의 y 좌표
③ C 의 x 좌표 ④ C 의 y 좌표
⑤ D 의 x 좌표

9. 반지름의 길이가 r이고 높이가 1인 원기둥에 물이 들어있다. 원기둥을 수평으로 뉘였을 때 수면과 옆면이 만나서 이루는 원에 대한 중심각을 θ라 하자. 원기둥을 세웠을 때 수면의 높이 h를 θ로 표시하면?

(단, $0<\theta<\pi$, $0<h<\frac{1}{2}$)



① $h=\frac{1}{2\pi}\theta$

② $h=\frac{1}{2\pi}\sin\theta$

③ $h=\theta-\sin\theta$

④ $h=\frac{1}{2\pi}(\theta+\sin\theta)$

⑤ $h=\frac{1}{2\pi}(\theta-\sin\theta)$

11. 삼차함수 $y=f(x)$가 서로 다른 세 실수 a, b, c에 대하여 $f(a)=f(b)=0$, $f'(a)=f'(c)=0$을 만족시킨다. c를 a와 b로 나타내면?

① $a+b$ ② $\frac{a+b}{2}$ ③ $\frac{a+b}{3}$

④ $\frac{a+2b}{3}$ ⑤ $\frac{2a+b}{3}$

13. 다음은 좌표평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D에 대한 설명이다.

(가) 점 A와 점 B는 x축 위에 있다. (나) 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다. (다) $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{AD}=\overline{CD}$

점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 a, b, c, d라 할 때, 옳은 것은?

① $a<d<c<b$ ② $c<a<d<b$
③ $c<d<a<b$ ④ $d<a<c<b$
⑤ $d<c<a<b$

17. 다음은 지수법칙 $a^{r+s}=a^r a^s$으로부터 모든 양수 x, y에 대하여 $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$가 성립함을 증명한 것이다. (단, $a\neq 1$, $a>0$)

<증명> $r=\log_a x$, $s=\log_a y$로 놓으면 $a^r=x$, $a^s=$ (가) 지수법칙으로부터 $a^{r+s}=$ (나) 로그의 정의에 의하여 $r+s=\log_a$(나) 그러므로 $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① x, $x+y$ ② y, $x+y$ ③ x, xy
④ y, xy ⑤ x, $\dfrac{x}{y}$

19. $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$일 때, $\log(\sin\theta)-\log(\cos\theta)=\dfrac{1}{2}\log 3$ 을 만족시키는 θ의 값은?(단, log는 상용로그)

① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$ ③ $\dfrac{2\pi}{7}$ ④ $\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $\dfrac{2\pi}{3}$

24. 다음은 세계 석유 소비 증가 추세에 관한 글이다.

매년 석유 소비량을 조사한 결과, 최근 10년 동안 소비된 석유의 양은 그 이전까지 소비된 석유의 양과 같다. 예를 들어 1981년부터 1990년까지 소비된 석유의 양은 1980년까지 소비된 석유 전체의 양과 같다.

이와같은 석유 소비 추세가 계속된다고 가정하고, 현재까지 소비된 석유의 양을 a, 현재의 석유 매장량을 b라 할 때, 앞으로 몇 년 동안 석유를 사용할 수 있겠는가?

① $10\log_2\left(\dfrac{b}{2a}+1\right)$ ② $10\log_2\left(\dfrac{b}{a}+1\right)$
③ $10\log_2\left(\dfrac{2b}{a}+1\right)$ ④ $10\log_2\left(\dfrac{b}{a}+2\right)$
⑤ $10\log_2\left(\dfrac{2b}{a}+2\right)$

25. 삼차함수 $f(x)=ax^3+b$의 역함수 f^{-1}가 $f^{-1}(5)=2$를 만족시킬 때, $8a+b$의 값을 구하시오.

27. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$\lim_{x\to1}\frac{8(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)}=1$ 일 때,

$f(1)$의 값을 구하시오.

29. 함수 $f(x)$가 $f(10)=50, f(1)=3$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{9}f(k+1)-\sum_{k=2}^{10}f(k-1)$의 값을 구하시오.

30. 정적분 $\int_0^1(x+1)(x^2-x+1)dx$의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

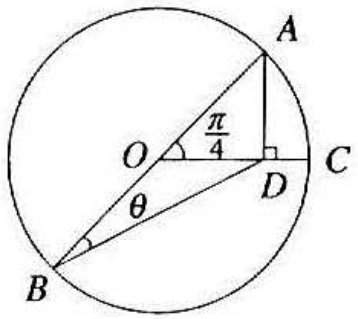
20. 함수 $y=x^3+ax$이 그래프를 원점을 중심으로 양의 방향으로 45° 회전시켜 얻은 곡선이 실수 전체에서 정의된 어떤 함수 $y=f(x)$가 되는 실수 a의 범위는?

① $a\geq1$ ② $a\geq0$ ③ $a\leq1$
④ $a\leq-1$ ⑤ $0\leq a\leq2$

19. 그림에서 선분 AB는 원O의 지름이고,

$\angle\mathrm{AOC}=\frac{\pi}{4}$, $\overline{\mathrm{OC}}\perp\overline{\mathrm{AD}}$이다.

$\angle\mathrm{ABD}=\theta$ 일 때, $\sin2\theta$의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

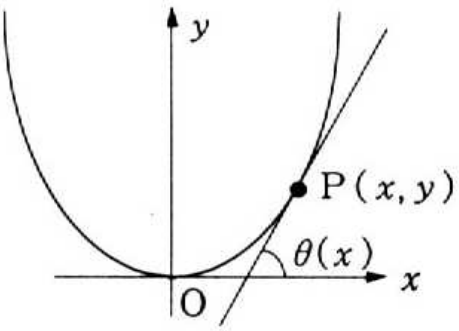
#10 2002년

4. 다음 식을 성립하게 하는 상수 a,b의 곱 ab의 값은?

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2+ax+b}=\frac{1}{3}$$

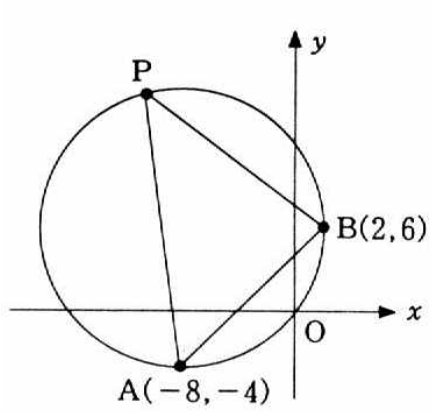
① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 이차함수 $y=x^2$위의 한 점 $P(x,\ y)$에서 접선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta(x)$라 할 때, $\int_0^1 \tan\theta(x)dx$의 값은?



① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

9. 원 $(x+8)^2+(y-6)^2=10^2$ 위에 두 점 $A(-8,\ -4)$, $B(2,\ 6)$가 있다. $\triangle PAB$의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라고 할 때 $a+b$의 값은?



① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

11. 지수함수의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $y=2^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $y=\frac{1}{2^x}$의 그래프가 된다.

ㄴ. $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 $y=2^x$의 그래프 보다 아래에 놓이게 된다.

ㄷ. $y=\sqrt{2}\cdot 2^x$ 의 그래프를 x축의 방향으로 평행이동하여 $y=2^x$의 그래프를 얻을 수 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sqrt{17}-4=\frac{1}{8+a_1}=\frac{1}{8+\frac{1}{8+a_2}}=\cdots$$

을 만족시킬 때, a_{2002}의 값은?

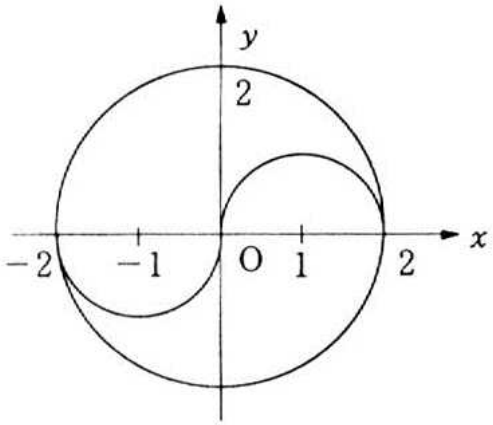
① $\sqrt{17}-4$ ② $3-\sqrt{17}$
③ $5-\sqrt{17}$ ④ $\sqrt{17}$
⑤ $\sqrt{17}+4$

19. 다음 식을 만족하는 다항식 $f(x)$의 계수들의 합은?

$$f(f(x))=\int_0^x f(t)dt-x^2+3x+3$$

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

20. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극 문양이 있다. 태극문양과 직선 $y=a(x-1)$이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a의 범위는?

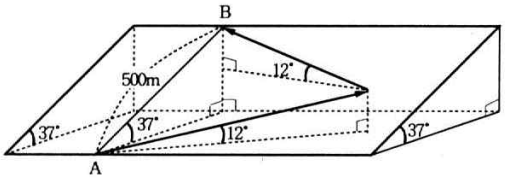


① $0<a<\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$
③ $0<a<\frac{2}{3}$ ④ $0<a<\frac{\sqrt{5}}{3}$
⑤ $0<a<\frac{\sqrt{6}}{3}$

21. 함수 $f(x)=x^2-x-6$, $g(x)=x^2-ax+4$일 때, 모든 실수 x에 대하여 $(f\circ g)(x)\geq 0$이 되는 실수 a의 범위는? (단, $f\circ g$는 g와 f의 합성함수이다.)

① $a\leq -1,\ a\geq 1$ ② $-1\leq a\leq 1$
③ $a\leq -2,\ a\geq 2$ ④ $-2\leq a\leq 2$
⑤ $-4\leq a\leq 4$

23. 직선거리가 $500\mathrm{m}$인 A 지점과 B 지점을 연결하는 도로를 건설하려고 했지만, 경사도가 37°여서 우회도로가 필요하였다. 그래서 그림과 같이 12°인 경사도를 유지하는 도로를 건설하기로 결정하였다. A 지점에서 B 지점까지 이 우회도로의 거리는 약 몇 m인가?
(단, $\sin 12^\circ = 0.2, \sin 37^\circ = 0.6$으로 계산한다)



① 800 m ② 1000 m ③ 1200 m
④ 1500 m ⑤ 1800 m

28. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오.
$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$

#11 2003년 모의평가

10. 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$의 정수부분을 $f(n)$이라 하자. 예를 들면, $f(5)=2$이다. 이때, $\sum_{n=1}^{120} \frac{1}{2f(n)+1}$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 20 ④ 24 ⑤ 36

12. 함수 $y=\log_2(x+1)+1$의 그래프가 x축 및 y축과 만나는 두 점을 지나는 직선의 기울기는?

① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 4

14. 함수 $f(x)=(x-a)(x-b)$는 다음을 만족시킨다.

$$\int_{a}^{\frac{a+b}{2}} f(x)dx=-\frac{2}{3},\ f(0)=1$$

이때, a^2+b^2의 값은? (일반적으로,

$$\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{(\beta-\alpha)^3}{6}$$ 이

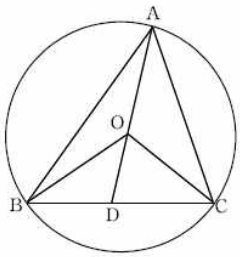
성립한다.)

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

17. 다음은 예각삼각형 ABC에서 세 내각의 크기를 A, B, C로 나타낼 때, $A<B<C$이면 $\sin 2A>\sin 2B>\sin 2C$임을 증명한 것이다.

<증명>

오른쪽 그림에서 점 O를 삼각형 ABC의 외심이라 하고, 선분 AO의 연장선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자.



점 O가 외심이므로

$\angle AOB=2C$이고

$\angle AOC=2B$이다.

$B<C$ 이므로 다음을 얻는다.

$\overline{BD}$ $\boxed{(가)}$ $\overline{CD}$ ……㉠

또한, 삼각형 BOD와 COD의 넓이는 각각 다음과 같다.

$\triangle BOD=\frac{1}{2}\overline{OB}\cdot\overline{OD}\sin(\boxed{(나)})$

$\triangle COD=\frac{1}{2}\overline{OC}\cdot\overline{OD}\sin(\boxed{(다)})$

㉠에 의하여 $\triangle BOD<\triangle COD$이므로 $\sin 2B>\sin 2C$이다.

마찬가지로, $\sin 2A>\sin 2B$가 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$>$	B	C
②	$>$	$2B$	$2C$
③	$>$	$2C$	$2B$
④	$<$	$2B$	$2C$
⑤	$<$	$2C$	$2B$

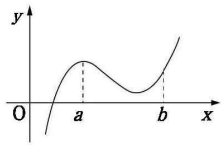
20. 삼차함수 $f(x)$는 극값을 갖고 두 실수 a와 b에 대하여 다음을 만족시킨다.

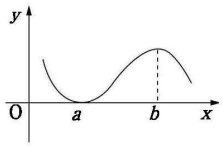
$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{x-a}=1$$

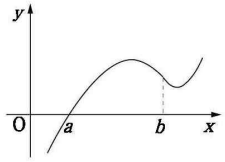
$$\lim_{x\to b}\frac{f(x)-1}{x-b}=2$$

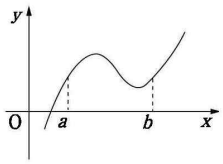
이때, $y=f(x)$의 그래프의 개형은?

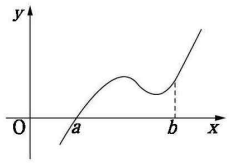
(단, $a<b$)

①


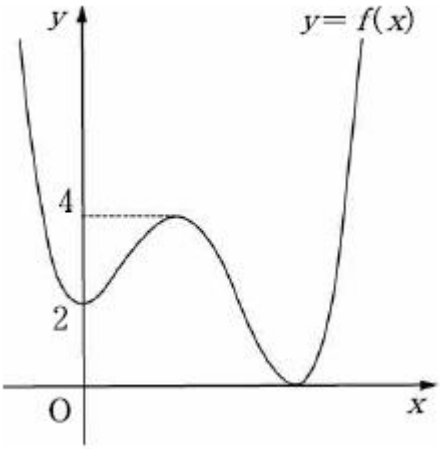
②


③


④


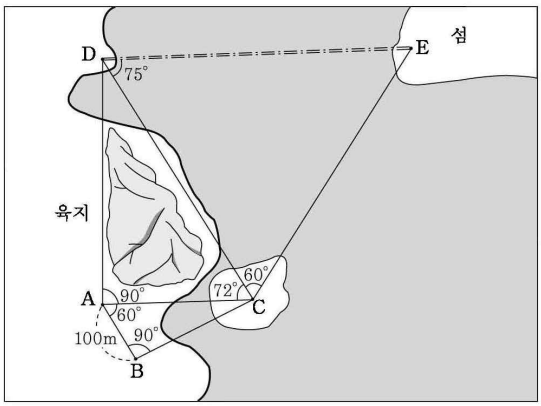
⑤


21. 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 방정식의 실근의 개수는?
$\{f(x)\}^2=4f(x)-3$



① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

23. 아래 그림과 같이 육지의 D지점과 섬의 E지점 사이를 연결하는 다리를 건설하려고 한다. 지점 A, B, C를 정하고, A와 B 사이의 거리 및 각 지점 사이의 각의 크기를 측정하였더니 아래 그림과 같았다. 이 때, D와 E 사이의 거리는?(단, 각 지점 A, B, C, D의 해발고도는 모두 같고, $\frac{1}{\cos 72^\circ}=3.24$로 한다.)



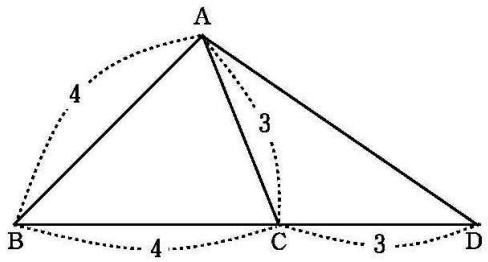
① $324\sqrt{3}\ m$ ② $324\sqrt{6}\ m$ ③ $648\ m$
④ $648\sqrt{3}\ m$ ⑤ $648\sqrt{6}\ m$

27. 모든 자연수 n에 대하여 수열 $\{a_n\}$은 다음을 만족시킨다.

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_1+a_2+\cdot\cdot\cdot+a_k}{k}=(n+1)^2$$

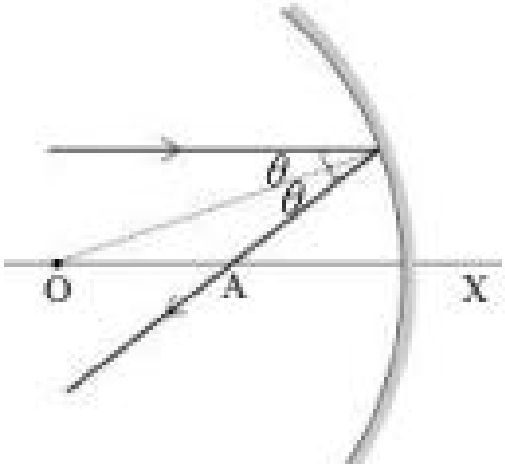
이때, a_{10}의 값을 구하시오.

30. 아래 그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=4,\ \overline{BC}=4,\ \overline{CA}=3$ 이고, 변 BC의 연장선 위에 점 D를 $\overline{CD}=3$이 되도록 잡을 때, $\overline{AD}^2$의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.



#12 2003년

9. 중심이 O이고 반지름의 길이가 R인 구면 거울이 있다. 그림과 같이 OX축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 X축과 만나는 점을 A라고 할 때, 선분 OA의 길이는? (단, 입사각과 반사각의 크기는 θ로 같고, $0^\circ < \theta < 20^\circ$ 이다)



① $\dfrac{R}{2\cos\theta}$ ② $\dfrac{R}{2\sin\theta}$ ③ $R(1-\cos\theta)$
④ $\dfrac{R}{2\cos 2\theta}$ ⑤ $\dfrac{R}{2\sin 2\theta}$

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x)=\frac{1}{3}f(x)+\frac{2}{3}g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

<보기>

ㄱ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y=h(x)$의 그래프는 그 교점을 지난다.
ㄴ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 모두 y축에 대하여 대칭이면 $y=h(x)$의 그래프도 y축에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 모두 일대일 대응이면 $y=h(x)$의 그래프도 일대일 대응이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

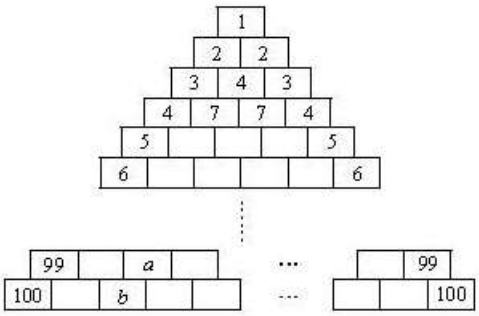
<보기>

ㄱ. $\log_2(n+3) > \log_2(n+2)$
ㄴ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$
ㄷ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 제 1행에는 1개, 제 2행에는 2개, • • •, 제 100행에는 100개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 써 넣었다.

규칙1 : 각 행의 양쪽 끝 직사각형에는 1부터 100까지의 자연수를 순서대로 써 넣는다. 규칙2 : 각 행의 안쪽 직사각형에는 바로 위 행의 인접한 직사각형에 쓰인 두 수의 합을 써 넣는다.

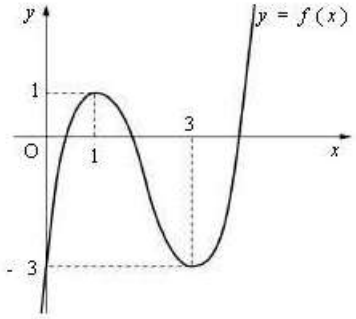


이 때, $b-a$의 값은?

① 4878 ② 4872 ③ 4864
④ 4858 ⑤ 4852

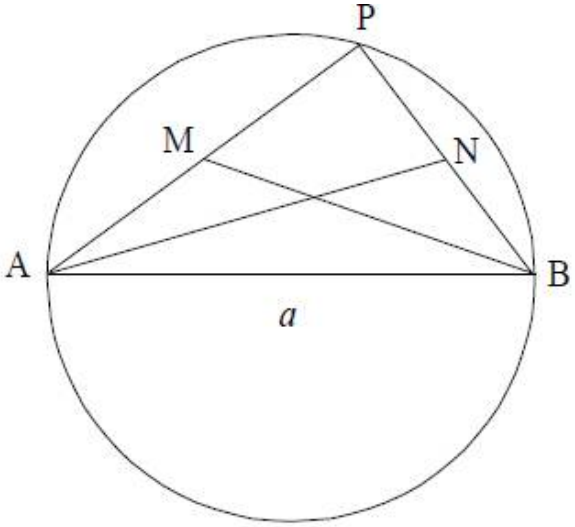
16. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$ 가 극댓값 $f(1)=1$ 과 극솟값 $f(3)=-3$ 을 가지며, $f(0)=-3$ 이다.

이때, $\int_0^3 |f'(x)|\,dx$ 의 값은?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 그림과 같이 길이가 a인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P가 있다. 선분 PA와 선분 PB의 중점을 각각 M과 N이라고 하면 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2=$ (가) 이다. 따라서 $\overline{AN}^2+\overline{BM}^2=$ (나) 이므로 $\overline{AN}\times\overline{BM}$의 최댓값은 (다) 이다. 위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?



	(가)	(나)	(다)
①	a^2	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$
②	a^2	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{8}a^2$
③	a^2	$\frac{3}{2}a^2$	$\frac{3}{4}a^2$
④	$2a^2$	$\frac{3}{2}a^2$	$\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$
⑤	$2a^2$	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{8}a^2$

29. x에 대한 삼차방정식 $x^3-6x^2-n=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n의 개수를 구하시오.

#13 2004년 6월 모의고사

1. $\log_2\sqrt{8}-\log_2\sqrt{2}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

4. 함수 $f(x)=x^3+x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-10}{h}$의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

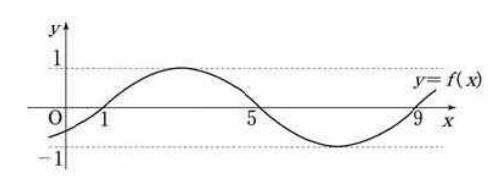
6. 두 곡선 $y=4^x$와 $y=2^x$이 직선 $y=7$과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 선분 $\overline{PQ}$의 길이는?

① $\frac{1}{2}\log_2 7$ ② $\frac{1}{2}\log_2 7-1$

③ $\frac{1}{2}\log_2 7+1$ ④ $\log_2 7-1$

⑤ $\log_2 7-2$

9. 다음은 $f(x)=\sin(ax+b)$의 그래프이다.



이 때, $f(0)$의 값은? (단, $a>0$)

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
④ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

11. 삼차함수
$f(x)=x^3+(a-1)x^2+(a-1)x+1$이
극값을 갖지 않도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

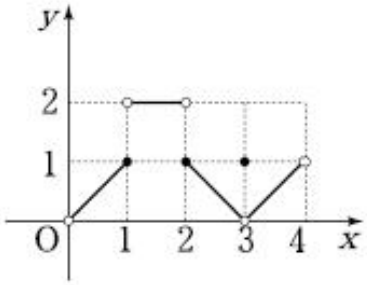
① $-1\le a\le 2$ ② $0\le a\le 3$
③ $1\le a\le 4$ ④ $2\le a\le 5$
⑤ $3\le a\le 6$

14. 다음은 제 1행에 두 개의 1을 나열하고, 제 $n+1$행에는 제 n행의 수를 나열한 뒤 그 각각의 수 사이에 양쪽 두 수의 합을 추가하여 나열한 것이다. 예를들면, 제 3행은 제 2행의 1과 2 사이에 $1+2=3$을, 2와 1 사이에 $2+1=3$을 추가하여 나열한 것이다. 이때, 제 7행의 31번째에 나타나는 수는?

(제 1 행)	1 1
(제 2 행)	1 2 1
(제 3 행)	1 3 2 3 1
(제 4 행)	1 4 3 5 2 5 3 4 1
⋮	⋰ ⋮ ⋱

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. $0<x<4$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, <보기>중 옳은 것을 모두 고르면?



<보기>

ㄱ. $\lim_{x\to 3} f(x)=1$
ㄴ. $x=1$에서 $f(x)$의 극한값은 존재하지 않는다.
ㄷ. 함수 $f(x)$는 3개의 점에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ,

16. $a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + f(n)$
$(n = 1, 2, 3, \cdots)$으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$에서 $\sum_{k=1}^{n} f(k) = n^2 - 1$일 때, a_{2004}의 값은?

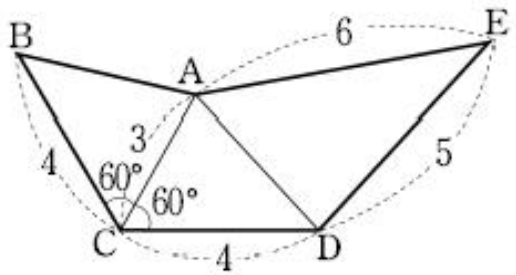
① 2003^2 ② $2003^2 - 1$ ③ 2003×2004
④ 2004^2 ⑤ $2004^2 - 1$

27. 삼차함수 $f(x)$가 다음 두 식을 만족시킨다.

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = 3,\ f(3) = 5$$

이때, $f'(3)$의 값을 구하시오.

30. 그림과 같이 도형 $ABCDE$에서 $\angle ACB = \angle ACD = 60^\circ$, $\overline{AC} = 3$, $\overline{BC} = \overline{CD} = 4$, $\overline{DE} = 5$, $\overline{AE} = 6$ 이다. 이 도형 $ABCDE$의 넓이를 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하시오.(단, $\sqrt{3} = 1.732$로 계산한다.)



#14 2004년 9월 모의고사

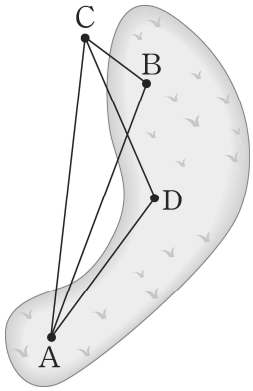
4. 정적분 $\int_0^1 \left(\frac{x^4}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} \right) dx$의 값은?

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 다항함수 $f(x)$의 도함수가 $f'(x) = 3x(x-4)$이다. $f(x)$의 극댓값이 5일 때, 극솟값은?

① 0 ② -5 ③ -16 ④ -27 ⑤ -32

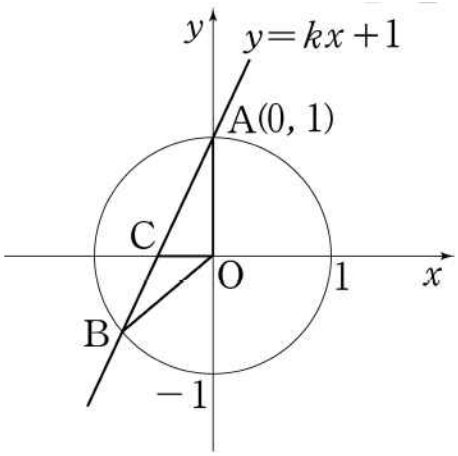
20. A 지점에서 공을 치기 시작하여 B 지점에 이르게 하는 골프 경기가 있다. 한 방송사에서 이 골프 경기를 중계방송하기 위하여 출발점인 A 지점과 $\overline{AC}=240\,\mathrm{m}$, $\overline{BC}=60\,\mathrm{m}$ 인 C 지점에 각각 카메라를 설치하였다. 한 선수가 A 지점에서 친 공이 D 지점에 떨어졌을 때, A 와 C 지점에서 바라본 각이 $\angle CAD=\angle ACD=30^\circ$ 이었다. $\angle BCD=30^\circ$ 일 때 D 지점에서 B 지점까지의 직선거리는?



① $18\sqrt{21}$ m ② $20\sqrt{21}$ m
③ $22\sqrt{21}$ m ④ $24\sqrt{21}$ m
⑤ $26\sqrt{21}$ m

25. $\log_2 x+\log_4\frac{1}{x}=5$ 일 때, $\log_4 x-\log_2\frac{1}{x}$ 의 값을 구하시오.

27. 원 $x^2+y^2=1$ 과 직선 $y=kx+1$ (단, $k>1$)이 만나는 두 점을 $A(0,\ 1)$ 과 B 라 하고, 이 직선이 x 축과 만나는 점을 C, 원점을 O 라 하자.
$\triangle AOC : \triangle BOC = 5 : 4$ 일 때, k 의 값을 구하시오.



28. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 가 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-c}{x-1}=-1$을 만족시킬 때, ab 의 값을 구하시오

29. $0\le x\le 2\pi$일 때, 두 함수 $y=\sin 2x$ 와 $y=\cos 3x$의 그래프의 교점의 개수를 구하시오.

21. 함수 $f(x)$가 다음과 같다.

$$f(x)=\begin{cases}-x+2 & (x\le 1)\\ x^3 & (x>1)\end{cases}$$

모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\ge k(x-1)+1$이 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

#15 2004년

3. $\cos\theta=-\frac{1}{3}$일 때, $\sin\theta\tan\theta$의 값은?

① $-\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

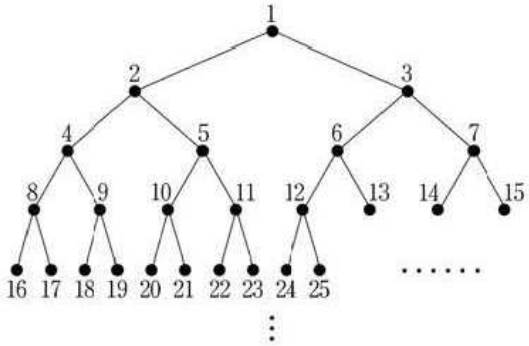
7. 이차함수 $f(x)=x^2-2x+a$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동 시킨 그래프가 x축에 접할 때, 상수 a의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

10. 삼차함수 $y=f(x)$는 $x=1$에서 극값을 갖고, 그 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 이 그래프와 x축과의 교점의 x좌표 중에서 양수인 것은?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

15. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.



서로 다른 두 자연수 a와 b에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a, b)$라 하자. 예를 들면, $N(4, 6)=4$이고 $N(12, 27)=3$이다.
$N(32, 33)+N(32, 34)+N(32, 35)+\cdot\cdot\cdot+N(32, 63)$의 값은?

① 196 ② 258 ③ 270
④ 312 ⑤ 344

19. 자료 $x_1, x_2, x_3, \cdot\cdot\cdot, x_{100}$에 대하여 다음 순서대로 시행하였다.

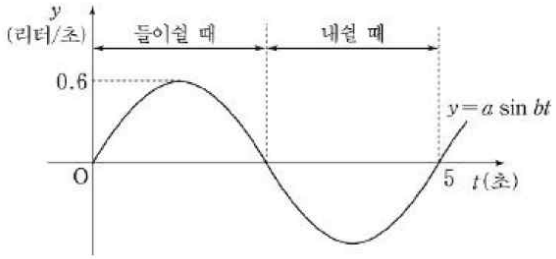
(가) 처음 두 수 x_1과 x_2의 평균을 구한다.
(나) x_3을 추가하여 x_1, x_2, x_3의 평균을 구한다.
(다) x_4를 추가하여 x_1, x_2, x_3, x_4의 평균을 구한다.

x_4를 추가하여 $x_1, x_2, x_3, \cdot\cdot\cdot, x_{100}$의 평균을 구한다.

위의 과정을 시행한 결과, x_1과 x_2의 평균이 5이고, 자료 하나가 추가될 때마다 평균이 1씩 증가하였다. 이 때, x_{100}의 값은?

① 194 ② 196 ③ 198
④ 200 ⑤ 202

23. 다음 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때, 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다. 숨을 들이쉬기 시작하여 t초일 때 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y라 하면, 함수 $y = a\sin bt$ (a, b는 양수)로 나타낼 수 있다. 이때, y의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다.



이 함수의 주기가 5초이고, 최대 흡입률이 0.6(리터/초) 일 때, 숨을 들이쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3(리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은?

① $\frac{35}{12}$초 ② $\frac{37}{12}$초 ③ $\frac{30}{11}$초
④ $\frac{31}{11}$초 ⑤ $\frac{35}{31}$초

24. 지면에 정지해 있던 열기구가 수직 방향으로 출발한 후 t분일 때, 속도 $v(t)$ (m/분)를

$$v(t)=\begin{cases} t & (0 \le t \le 20) \\ 60-2t & (20 \le t \le 40) \end{cases}$$

라 하자. 출발한 후 $t=35$분일 때, 지면으로부터 열기구의 높이는? (단, 열기구는 수직 방향으로만 움직이는 것으로 가정한다.)

① 225m ② 250m ③ 275m
④ 300m ⑤ 325m

30. $\log_2 7$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $3^a + 2^b$의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. (단, $0 \le b < 1$ 이다.)

8. 두 실수 a와 b가 1이 아닌 양수일 때, 함수 $y = a^x$의 그래프와 함수 $y = \log_b x$의 그래프가 항상 만나는 경우를 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $a > 1$이고 $b > 1$
ㄴ. $a > 1$이고 $0 < b < 1$
ㄷ. $0 < a < 1$이고 $0 < b < 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

#16 2005년 6월 모의고사

4. $\log_{\sqrt{3}}x=4, \log_3 y=6$일 때, $\log_x y$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $y=5^{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동 시켰더니 함수 $y=25\times 5^{2x}+2$의 그래프가 되었다. $m+n$의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=6, a_{10}=-12$일 때, $|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdot\cdot\cdot+|a_{20}|$의 값은?

① 280 ② 284 ③ 288
④ 292 ⑤ 296

8. 로그부등식 $(\log_2 x)^2-\log_2 x^5+6<0$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은?

① 6 ② 8 ③ 16 ④ 24 ⑤ 32

12. 정의역이 $\{x|-1<x<1\}$일 때, 함수 $y=\log\dfrac{2001+x}{1-x}$의 치역은?

① $\{y|y>1\}$ ② $\{y|y>2\}$
③ $\{y|y>3\}$ ④ $\{y|y>4\}$
⑤ 실수 전체의 집합

14. 함수 $f(x)=\log_4 x$일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 양수 x에 대하여 $f\left(\dfrac{x}{4}\right)=f(x)+1$
ㄴ. 수열 $\{f(2^n)\}$은 등차수열
ㄷ. $x>1$일 때, $f(f(x))>0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{32}\times\log_2\dfrac{1}{16}$의 값을 구하시오.

19. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n 항까지의 합 S_n이 $S_n = 2n^2 - 3n$ 일 때, a_{10}의 값을 구하시오.

20. $\log_2 a$의 정수 부분은 4가 되고 $\log_3 a$의 정수 부분은 3이 되는 자연수 a의 최댓값을 구하시오.

21. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_{2n-1} = 2^n$ 이고 $a_{2n} = 5^n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \log a_n$ 의 값을 구하시오.

23. x축 위의 점 $\mathrm{A}(2, 0)$을 지나고 x축에 수직인 직선이 세 함수

$$y = 8^x,\ y = a^x,\ y = \log_2 x$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 $\mathrm{P}, \mathrm{Q}, \mathrm{R}$라 하자. $\overline{\mathrm{AP}}, \overline{\mathrm{AQ}}, \overline{\mathrm{AR}}$가 차례로 등비수열을 이룰 때, a^4의 값을 구하시오.
(단, $2 < a < 8$)

29. 두 실수 x, y 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \log_2 x + \log_2 y = (\log_2 xy)^2 \end{cases}$$

의 해의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 그래프는 $x = a$와 $x = b$에서 만나고 $a < c < b$인 $x = c$에서 두 함숫값의 차가 최대가 된다. 다음 중 항상 옳은 것은?

① $f'(c) = -g'(c)$ ② $f'(c) = g'(c)$
③ $f'(a) = g'(b)$ ④ $f'(b) = g'(b)$
⑤ $f'(a) = g'(a)$

10. 이차함수 $y = f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$라 하자. $h(x) = f(x) - g(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $h(x_1) = h(x_2)$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2가 존재한다.

ㄴ. $h(x)$는 $x = a$에서 극소이다.

ㄷ. 부등식 $|h(x)| < \dfrac{1}{100}$의 해는 항상 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

15. 세 실수 a, b, c에 대하여 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $a=b=c$이면, 방정식 $f(x)=0$은 실근을 갖는다.
ㄴ. $a=b\neq c$ 이고 $f(a)<0$이면, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. $a<b<c$ 이고 $f(b)<0$이면, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 다항함수 $f(x)=(x^3+3x+1)(x^2-2x+3)$의 $x=1$에서의 미분계수를 구하시오.

21. 함수 $f(x)=2x^3-3x^2-12x-10$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동시켰더니 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되었다. 방정식 $g(x)=0$이 서로 다른 두 실근만을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오.

#17 2005년 9월 모의고사

7. $a=\log_7\sqrt{7-\sqrt{48}}$ 일 때, $\dfrac{7^{2a}-7^{-2a}}{7^{2a}+7^{-2a}}$의 값은?

① $\dfrac{6\sqrt{3}}{7}$ ② $\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$
④ $-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $-\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$

16. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$1\cdot n+2\cdot(n-1)+\cdots+(n-1)\cdot 2+n\cdot 1=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>
(ⅰ) $n=1$ 일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1$ 이므로 주어진 식은 성립한다.
(ⅱ) $n=k$일 때 성립한다고 가정하면

$$1\ k+2\ (k-1)+3\ (k-2)+\cdots+k\ 1=\frac{k(k+1)(k+2)}{6}.$$

이다. $n=k+1$일 때 성립함을 보이자.

$$1\ (k+1)+2\ k+3\ (k-1)+\cdots+(k+1)\ 1$$
$$=1\ k+2\ (k-1)+3\ (k-2)+\cdots+k\ 1+(1+2+3+\cdots+k)+\ (가)$$
$$=\frac{k(k+1)(k+2)}{6}+\ (나)\ .=\ (다)$$

그러므로 $n=k+1$일 때도 성립한다.
따라서 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	k	$\dfrac{k(k+1)}{2}$	$\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$
②	k	$\dfrac{k(k+3)}{2}$	$\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$
③	k	$\dfrac{(k+1)(k+2)}{2}$	$\dfrac{k(k+1)(k+2)}{6}$
④	$k+1$	$\dfrac{(k+1)(k+2)}{2}$	$\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$
⑤	$k+1$	$\dfrac{(k+1)(k+2)}{2}$	$\dfrac{k(k+1)(k+2)}{6}$

18. $\sum_{k=1}^{10}(k-1)(k+2)$의 값을 구하시오.

19. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x & (0<x<1)\\ \log_4 x & (x\geq 1)\end{cases}$$

에 대하여 $f(x)=4$를 만족하는 모든 실수 x의 곱을 구하시오.

6. 함수 $f(x)=\begin{cases}x^3+ax^2+bx & (x\geq 1)\\ 2x^2+a & (x<1)\end{cases}$가 모든 실수 x에서 미분가능하도록 상수 a, b를 정할 때, ab의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

#18 2005년 예비평가

6. 자연수 n에 대하여 $\log n$의 값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20}a_n$의 값은?

① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

18. 다음 식의 값을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{9}2^{n-1}$$

24. 2 이상의 자연수 n에 대하여 분모는 2^n 꼴이고, 분자는 분모보다 작은 홀수인 모든 분수로 이루어진 다음 수열에서 첫째항부터 제 126 항까지의 합을 구하시오.

$$\frac{1}{2^2}, \frac{3}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{3}{2^3}, \frac{5}{2^3}, \frac{7}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{3}{2^4}, \cdots$$

6. 함수 $f(x)=x^3-3x$에 대한 <보기>의 설명 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)$는 극댓값과 극솟값을 가진다.
ㄴ. $x \geq 2$이면 $f(x) \geq 2$이다.
ㄷ. $|x| \leq 2$이면 $|f(x)| \leq 2$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 연속함수 $f(x)$는 임의의 실수 x에 대하여 다음을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$
(나) $f(x)=f(x+4)$

$\int_0^2 f(x)dx=16$일 때,
정적분 $\int_{-4}^8 f(x)dx$의 값을 구하시오.

#19 2005년

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여
$a_1+a_2=10,\ a_3+a_4+a_5=45$
가 성립할 때, a_{10}의 값은?

2005년 3번

① 47 ② 45 ③ 43 ④ 41 ⑤ 39

10. 함수 $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$
ㄴ. $f(x)+f(1-x)=1$
ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right)=50$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

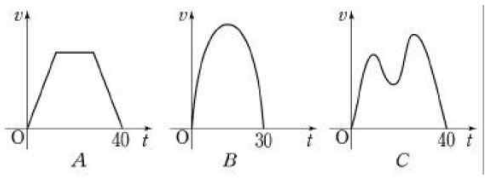
19. 연립부등식
$$\begin{cases} \log_3|x-3|<4 \\ \log_2 x+\log_2(x-2) \geq 3 \end{cases}$$
을
만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오.

2005년 19번

21. 공비가 r이고 $a_2 = 1$인 등비수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 10항까지의 곱을 $\omega = a_1 a_2 a_3 \cdot \cdot \cdot a_{10}$ 이라 할 때, $\log_r \omega$의 값을 구하시오. (단, $r > 0$이고 $r \neq 1$이다.)

2005년 21번

4. 다음은 '가' 지점에서 출발하여 '나' 지점에 도착할 때까지 직선 경로를 따라 이동한 세 자동차 A, B, C의 시간 t에 따른 속도 v를 각각 나타낸 그래프이다.



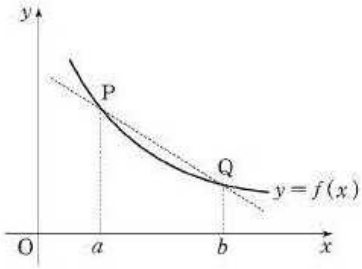
'가' 지점에서 출발하여 '나' 지점에 도착할 때까지의 상황에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. A와 C의 평균속도는 같다.
ㄴ. B와 C 모두 가속도가 0인 순간이 적어도 한 번 존재한다.
ㄷ. A, B, C 각각의 속도 그래프와 t축으로 둘러싸인 영역의 넓이는 모두 같다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 다음은 연속함수 $y = f(x)$의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$, $\mathrm{Q}(b, f(b))$를 나타낸 것이다.



함수 $F(x)$가 $F'(x) = f(x)$를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 함수 $F(x)$는 구간 $[a, b]$에서 증가한다.
ㄴ. $\dfrac{F(b) - F(a)}{b - a}$는 직선 PQ의 기울기와 같다.
ㄷ. $\displaystyle\int_a^b \{f(x) - f(b)\}dx \leq \frac{(b-a)\{f(a) - f(b)\}}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 두 실수 a, b가 $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2 + a} - b}{x - 2} = \frac{2}{5}$를 만족시킬 때, $a + b$의 값을 구하시오. [3점]

#20 2006년 6월 모의고사

4. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $\sqrt[6]{6}$ 을 a, b로 나타낸 것은?

2006년 6월 4번

① $a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{6}}$
④ $a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}}$

5. 부등식 $\log_3(x-1) < 2$를 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

8. 세 함수

$f(x) = (1+r_1)^x$, $g(x) = \left(1+\frac{r_2}{2}\right)^{2x}$, $h(x) = \left(1+\frac{r_3}{4}\right)^{4x}$

에 대하여 $f(10) = g(10) = h(10)$일 때, r_1, r_2, r_3의 대소관계를 옳게 나타낸 것은? (단, r_1, r_2, r_3는 양의 실수이다.)

① $r_1 < r_2 < r_3$ ② $r_1 < r_3 < r_2$
③ $r_2 < r_1 < r_3$ ④ $r_2 < r_3 < r_1$
⑤ $r_3 < r_2 < r_1$

12. 두 점 $(1, 0)$, $(0, -m)$을 지나는 직선이 두 곡선 $y = 2\log x$, $y = 3\log x$와 각각 두 점에서 만날 때, $(1, 0)$이 아닌 교점을 각각 $(p, 2\log p)$, $(q, 3\log q)$라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $m > 0$, $p > 1$, $q > 1$이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $p > q$

ㄴ. $m = \dfrac{3\log q - 2\log p}{q - p}$

ㄷ. $m > \dfrac{3\log q}{q}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

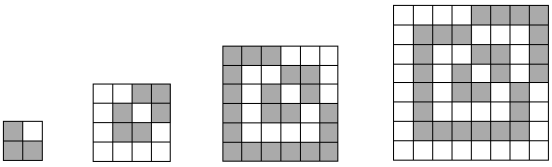
14. 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 검은 타일과 흰 타일이 있다.

(가) [그림 1]과 같이 검은 타일 3개와 흰 타일 1개를 붙여 한 변의 길이가 2인 정사각형이 되도록 한다.

(나) [그림 2]와 같이 [그림 1]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 4인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림 1]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

(다) [그림 3]과 같이 [그림 2]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 6인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림 2]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

이와 같은 과정을 계속하여 전체 타일의 개수가 400개가 되었을 때, 검은 타일의 개수와 흰 타일의 개수 사이의 관계를 옳게 나타낸 것은?



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

① 검은 타일과 흰 타일의 개수가 같다.
② 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 18개 많다.
③ 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 20개 많다.
④ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 18개 많다.
⑤ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 20개 많다.

18. 방정식 $\log_4(\log_2 x)=1$을 만족시키는 x의 값을 구하시오.

3. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2+ax}=b$(단, $b\neq 0$)가 성립하도록 하는 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)$와 $\lim_{x\to 0} g(x)$가 모두 존재하지 않으면 $\lim_{x\to 0}\{f(x)+g(x)\}$도 존재하지 않는다.

ㄴ. $y=f(x)$가 $x=0$에서 연속이면 $y=|f(x)|$도 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. $y=|f(x)|$가 $x=0$에서 연속이면 $y=f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 함수 $f(x)=(2x^2-1)(x^2+x-2)$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y에 대하여 $f(x-y)=f(x)-f(y)+xy(x-y)$ (나) $f'(0)=8$

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극대값을 갖고 $x=b$에서 극소값을 가질 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 함수 $f(x)=5x^3-10x^2+k$, $g(x)=5x^2+2$가 있다. $\{x \mid 0<x<3\}$에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$가 성립하도록 하는 상수 k의 최소값을 구하시오. [4점]

#21 2006년 9월 모의고사

3. 지수부등식 $2^{x^2}<4\cdot 2^x$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n=2^n+(-1)^n$일 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9$의 값은? [3점]

① $2^{10}-3$ ② $2^{10}-1$ ③ 2^{10}
④ $2^{10}+1$ ⑤ $2^{10}+3$

11. 다음은 자연수 n에 대하여 $\log_2 n$이 유리수이면 n을 $n=2^k$ (단, k는 $k \geq 0$인 정수)의 꼴로 나타낼 수 있음을 증명한 것이다.

> <증명>
> 자연수 n에 대하여 $\log_2 n$이 유리수라고 하자.
> n이 자연수이므로
> $n=2^k \cdot m$
> 을 만족시키는 $k \geq 0$인 정수 k와 홀수인 자연수 m이 존재한다. 그러면
> $\log_2 n =$ (가)
> 따라서 $\log_2 n$이 유리수이면 $\log_2 m$도 유리수이어야 하므로
> $\log_2 m = \frac{q}{p}$ (단, p는 자연수이고 q는 정수)
> 로 놓을 수 있다. 그러면
> (나)
> m이 홀수이므로 m^p은 홀수이다.
> 따라서 2^q도 홀수이어야 하므로
> (다)
> 이고 $m=1$이다. 따라서 n을
> $n=2^k$ (단, k는 $k \geq 0$인 정수)
> 의 꼴로 나타낼 수 있다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$k\log_2 m$	$m^q=2^p$	$q=1$
②	$k\log_2 m$	$m^p=2^q$	$q=1$
③	$k+\log_2 m$	$m^q=2^p$	$q=0$
④	$k+\log_2 m$	$m^p=2^q$	$q=1$
⑤	$k+\log_2 m$	$m^p=2^q$	$q=0$

14. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. (단, $a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_n < \cdots$이다.)

$$a_1=1,\ a_2=3$$
$$(S_{n+1}-S_{n-1})^2 = 4a_n a_{n+1} + 4 \quad (n=2, 3, 4, \cdots)$$

일 때, a_{20}의 값은? [3점]

① 39 ② 43 ③ 47 ④ 51 ⑤ 55

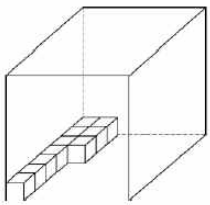
18. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$에서 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 200$일 때, a_{11}의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수 a, b가

$$a\log_3 2 = 4$$
$$\log_3 b = 1 - \log_3(\log_2 3)$$

을 만족시킬 때, ab의 값을 구하시오. [3점]

24. 한 변의 길이가 70 cm인 정육면체 모양의 상자에 한 변의 길이가 10 cm인 정육면체 모양의 나무 블록을 다음 규칙에 따라 빈틈없이 가득 채우려고 한다.



> n번째에 넣는 나무 블록의 개수를 a_n이라 할 때,
> (가) $a_1=10$
> (나) $a_{n+1}=\left[\frac{a_n}{2}\right]+3, \quad n=1, 2, 3, \cdots$
> (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)
> (다) 상자를 가득 채우면 나무 블록 넣기를 멈춘다.

k번째에 상자를 가득 채웠다고 할 때, k의 값을 구하시오. (단, 상자의 두께는 무시한다.) [4점]

3. 두 실수 a, b에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2+a}-b}{x-1} = \frac{1}{2}$일 때, ab의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 함수 $f(x) = \begin{cases} x(x-1) & (|x|>1) \\ -x^2+ax+b & (|x| \leq 1) \end{cases}$

가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a-b$의 값은? [3점]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

6. 등차수열 $\{x_n\}$과 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 수열 $\{f'(x_n)\}$은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{f(x_{n+1})-f(x_n)\}$은 등차수열이다.

ㄷ. $f(0)=3$, $f(2)=5$, $f(4)=9$이면 $f(6)=15$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $x=3$에 대하여 대칭일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $y=f(x)$에서 x의 값이 -1에서 7까지 변할 때의 평균변화율은 0이다.

ㄴ. 두 실수 a, b에 대하여 $a+b=6$이면 $f'(a)+f'(b)=0$이다.

ㄷ. $\sum_{k=1}^{15} f'(k-3)=0$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 이차함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{12}{7}x^2-2x\int_1^2 f(t)\,dt+\left\{\int_1^2 f(t)\,dt\right\}^2$$

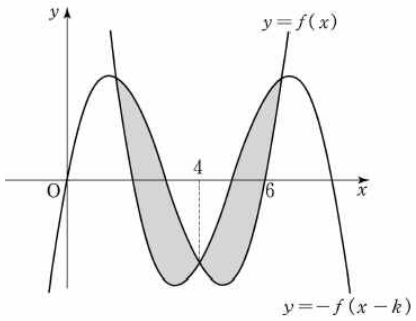
일 때, $10\int_1^2 f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=f(6)=0$

(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$, $(\gamma, f(\gamma))$ (단, $\alpha<\beta<\gamma$)에서 만나면 k의 값에 관계없이 $\int_\alpha^\gamma \{f(x)+f(x-k)\}dx=0$이다.

함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x좌표의 값이 4일 때, $\int_0^k f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]



#22 2006년

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_5=4a_3,\ a_2+a_4=4$$

가 성립할 때, a_6의 값은? [2점]

① 5 ② 8 ③ 11 ④ 13 ⑤ 16

9. 부등식 $a^m<a^n<b^n<b^m$을 만족시키는 양수 a, b와 자연수 m, n에 대하여 옳은 것은? [3점]

① $a<1<b,\ m>n$ ② $a<1<b,\ m<n$
③ $a<b<1,\ m<n$ ④ $1<a<b,\ m>n$
⑤ $1<a<b,\ m<n$

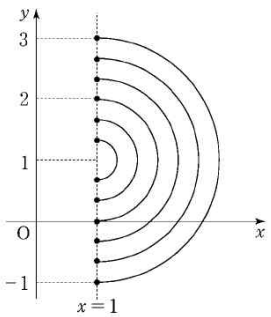
10. 오른쪽 그림은 중심이 (1, 1)이고 반지름의 길이가 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, 2인 6개의 반원을 그린 것이다. 세 함수

$$y=\log_{\frac{1}{4}}x$$

$$y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$y=3^x$$

의 그래프가 반원과 만나는 교점의 개수를 각각 a, b, c라 하자. a, b, c의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?
(단, $x\geq1$이고 반원은 지름의 양 끝점을 포함한다.) [4점]



① $a<b<c$ ② $a<c<b$ ③ $b<c<a$
④ $c<a<b$ ⑤ $c<b<a$

19. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=1,\ a_2=4,\ a_3=10$이고, 수열 $\{a_{n+1}-a_n\}$은 등비수열일 때, a_5의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 양수 a, b에 대하여

$$\begin{cases} ab=27 \\ \log_3\frac{b}{a}=5 \end{cases}$$

가 성립할 때, $4\log_3 a+9\log_3 b$의 값을 구하시오. [3점]

21. 방정식 $4^x-7\cdot2^x+12=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $2^{2\alpha}+2^{2\beta}$의 값을 구하시오. [3점]

24. 정의역이 $\{x\,|\,1\leq x\leq81\}$인 함수

$$y=(\log_3 x)(\log_{\frac{1}{3}}x)+2\log_3 x+10$$

의 최대값을 M, 최소값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

29. $p \geqq 2$인 자연수 p에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 세 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 0$
(나) $a_{k+1} = a_k + 1 \ (1 \leqq k \leqq p-1)$
(다) $a_{k+p} = a_k \ (k = 1, 2, 3, \cdots)$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_{2k} = 2a_k$

ㄴ. $a_1 + a_2 + \cdots + a_p = \dfrac{p(p-1)}{2}$

ㄷ. $a_p + a_{2p} + \cdots + a_{kp} = k(p-1)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 두 상수 a, b가 $\lim_{x \to 2} \dfrac{x^2 - (a+2)x + 2a}{x^2 - b} = 3$을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [2점]

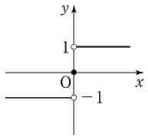
① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

6. 모든 실수에서 정의된 함수 $y = f(x)$에 대하여 함수 $y = x^k f(x)$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k를 $N(f)$로 나타내자. 예를 들어,

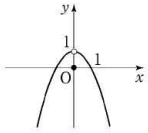
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$ 이면 $N(f) = 2$이다.

다음 함수 $g_i \ (i = 1, 2, 3)$에 대하여 $N(g_i) = a_i$라 할 때, a_i의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]

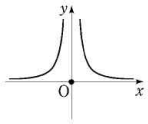
$$g_1(x) = \begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$



$$g_2(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$



$$g_3(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$



① $a_1 = a_2 < a_3$ ② $a_1 < a_2 = a_3$
③ $a_1 = a_2 = a_3$ ④ $a_2 = a_3 < a_1$
⑤ $a_3 < a_1 = a_2$

9. 함수 $y = f(x)$가 모든 실수에서 연속이고, $|x| \neq 1$인 모든 x의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$가

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 & (|x| < 1) \\ -1 & (|x| > 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $y = f(x)$는 $x = -1$에서 극값을 갖는다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(-x)$이다.
ㄷ. $f(0) = 0$이면 $f(1) > 0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 함수 $f(x)=x^4+4x^2+1$ 에 대하여

$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x)=x^3$의 그래프를 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동시켰더니 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되었다.

$$g(0)=0 \text{ 이고 } \int_a^{3a} g(x)dx-\int_0^{2a} f(x)dx=32$$

일 때, a^4의 값을 구하시오. [3점]

#23 2007년 6월 모의고사

5. 정의역이 $\{x|5\leq x\leq 8\}$인 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-a)$의 최소값이 -2일 때, a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 자연수 n에 대하여 $f(n)=2^n-\log_2 n$이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(2)=3$

ㄴ. $f(8)=-f(\log_2 8)$

ㄷ. $f(2^n)+n=\{f(2^{n-1})+n-1\}^2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 자연수 n에 대하여 점 P_n이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점일 때, 점 P_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다. (단, 점 P_n은 좌표축 위의 점이 아니다.)

(가) 점 P_n이 제1사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1}은 점 P_n을 원 위의 호를 따라 시계 반대 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼 이동시킨 점이다.

(나) 점 P_n이 제2사분면 또는 제4사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1}은 점 P_n을 x축에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

(다) 점 P_n이 제3사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1}은 점 P_n을 y축에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

점 P_1의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$일 때, 점 P_{2007}의 좌표는? [3점]

① $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ② $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
③ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ④ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$b_n = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n}{1+2+\cdots+n} \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 $\{a_n\}$이 등차수열이기 위한 필요충분조건은 $\{b_n\}$이 등차수열임을 증명하는 과정이다.

<증명>

수열 $\{a_n\}$을 첫째항 a, 공차 d인 등차수열이라 하면,

$$b_n = \frac{a + 2(a+d) + 3(a+2d) + \cdots + n\{a+(n-1)d\}}{1+2+\cdots+n}$$

$$= \frac{a(1+2+\cdots+n) + d\{2 + 3\cdot 2 + \cdots + n\cdot(n-1)\}}{1+2+\cdots+n}$$

$$= a + \frac{2d\left\{\boxed{\text{(가)}} - \frac{n(n+1)}{2}\right\}}{n(n+1)}$$

$$= a + \boxed{\text{(나)}} \cdot (n-1)$$

이므로 $\{b_n\}$은 공차가 $\boxed{\text{(나)}}$인 등차수열이다.

역으로 $\{b_n\}$을 등차수열이라 하면,

$$b_{n+1} = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n}{1+2+\cdots+(n+1)} + \frac{(n+1)a_{n+1}}{1+2+\cdots+(n+1)}$$

$$= \boxed{\text{(다)}} \cdot b_n + \frac{2}{n+2}a_{n+1}$$

$$\vdots$$

이므로 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$\frac{2}{3}d$	$\frac{n}{n+2}$
②	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$\frac{2}{3}d$	$\frac{n-1}{n+2}$
③	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$	$\frac{3}{2}d$	$\frac{n}{n+2}$
④	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$	$\frac{2}{3}d$	$\frac{n}{n+2}$
⑤	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$	$\frac{3}{2}d$	$\frac{n+1}{n+2}$

20. 함수 $y = 2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 그래프가 두 점 $(-1, 1)$, $(0, 5)$를 지날 때, $m^2 + n^2$의 값을 구하시오. [3점]

21. 함수 $f(x) = 1 + 3\log_2 x$에 대하여 함수 $g(x)$가 $(g \circ f)(x) = x$를 만족시킬 때, $g(13)$의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n \geq 2) \\ \sqrt[3]{2}\,a_n & (a_n < 2) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, a_{112}의 값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt[3]{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt[3]{4}$ ⑤ 2

3. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + a & (x \geq 2) \\ x + b & (x < 2) \end{cases}$$

가 $x = 2$에서 연속이 되도록 상수 a, b를 정할 때, $a - b$의 값은? [2점]

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

4. 두 함수 $f(x) = x^4 - 4x + a$, $g(x) = -x^2 + 2x - a$의 그래프가 오직 한 점에서 만날 때, a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [4점]

> (가) $f_1(0)=0$, $f_2(0)=0$
>
> (나) $f_i'(0)=\lim_{x\to 0}\dfrac{f_i(x)+2kx}{f_i(x)+kx}$ $(i=1,\ 2)$
>
> (다) $y=f_1(x)$와 $y=f_2(x)$의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

18. 두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2+9x+b$가 $x=1$에서 극대값 0을 가질 때, ab의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항함수 $f(x)$는 모든 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy-1$$

을 만족시킨다.

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f'(x)}{x^2-1}=14$$

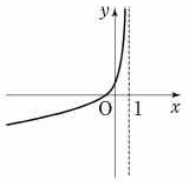
일 때, $f'(0)$의 값을 구하시오. [4점]

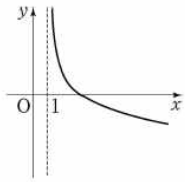
#24 2007년 9월 모의고사

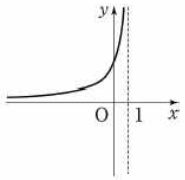
5. 함수 $y=\log(10-x^2)$의 정의역을 A, 함수 $y=\log(\log x)$의 정의역을 B라 할 때, $A\cap B$의 원소 중 정수의 개수는? [3점]

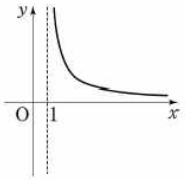
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

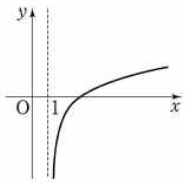
7. 함수 $y=\log_2\dfrac{2}{x-1}$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? [3점]

①


②


③


④


⑤


11. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=0$, $a_n+a_{n+1}=n$을 만족시킨다. 다음은 두 자연수 m, n에 대하여 $\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$의 값을 구하는 과정이다. (단, $m<n$이다.)

$$\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$$
$$= a_{n-m+1} + a_{n-m+2} + \cdots + a_{n+m-1} + a_{n+m}$$
$$= (n-m+1)+(n-m+3)+\cdots+(n+m-3)+(\boxed{(가)})$$
$$= \frac{(\boxed{(나)})\{(n-m+1)+(\boxed{(가)})\}}{2}$$
$$= \boxed{(다)}$$

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$n+m-1$	m	mn
②	$n+m-1$	m	n^2
③	$n+m-1$	n	n^2
④	$n+m$	$m-1$	mn
⑤	$n+m$	$n-1$	n^2

16. 자연수 n에 대하여 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
(나) 점 P_n의 좌표가 $(a,\ b)$일 때,
$b<2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a,\ b+1)$이고
$b=2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a+1,\ 1)$이다.

점 P_n의 좌표가 $(10,\ 2^{10})$일 때, n의 값은? [4점]

① $2^{10}-2$ ② $2^{10}+2$ ③ $2^{11}-2$
④ 2^{11} ⑤ $2^{11}+2$

19. 부등식 $9^x-3^{x+2}+18<0$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $3^\alpha\cdot 3^\beta$의 값을 구하시오. [3점]

20. 세 양수 a, b, c에 대하여 $a^6=3$, $b^5=7$, $c^2=11$일 때, $(abc)^n$이 자연수가 되는 최소의 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

22. 단일 재료로 만들어진 벽면의 소음차단 성능을 표시하는 방법 중의 하나는 음향투과손실을 측정하는 것이다. 어느 주파수 영역에서 벽면의 음향투과손실 L(데시벨)은 벽의 단위면적당 질량 $m\,(\mathrm{kg/m^2})$과 음향의 주파수 f(헤르츠)에 대하여

$$L=20\log mf-48$$

이라 한다. 주파수가 일정할 때, 벽의 단위면적당 질량이 5배가 되면 음향투과손실은 a(데시벨)만큼 증가한다. a의 값을 구하시오. (단, $\log 2=0.3$으로 계산한다.) [4점]

23. 자연수 n에 대하여 두 함수 $y=2^x$, $y=\log_2 x$의 그래프가 직선 $x=n$과 만나는 교점의 y좌표를 각각 a, b라 하자. $a+b$가 세 자리의 자연수일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음은 어느 시력검사표에 표시된 시력과 그에 해당되는 문자의 크기를 나타낸 것의 일부이다.

시력	0.1	0.2	0.3	0.4	⋯	1.0
문자의 크기	a_1	a_2	a_3	a_4	⋯	a_{10}

문자의 크기 a_n은 다음 관계식을 만족시킨다.

$$a_1 = 10A,\ a_{n+1} = \frac{10A \cdot a_n}{10A + a_n}$$

(단, A는 상수이고 $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 9$이다.)

이 시력검사표에서 시력 0.8에 해당되는 문자의 크기는? [4점]

① $2A$ ② $\frac{3}{2}A$ ③ $\frac{4}{3}A$
④ $\frac{5}{4}A$ ⑤ $\frac{6}{5}A$

8. 양수 a에 대하여 삼차함수 $f(x) = -x(x+a)(x-a)$의 극대점의 x좌표를 b라 하자.

$$\int_{-b}^{a} f(x)\,dx = A, \qquad \int_{b}^{a+b} f(x-b)\,dx = B$$

일 때, $\int_{-b}^{a} |f(x)|\,dx$의 값은? [3점]

① $-A+2B$ ② $-2A+B$ ③ $-A+B$
④ $A+B$ ⑤ $A+2B$

20. 곡선 $y=x^3$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ t^3)$에서의 접선과 원점 사이의 거리를 $f(t)$라 하자. $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t} = \alpha$일 때, 30α의 값을 구하시오. [3점]

#25 2007년

4. 정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$인 두 지수함수 $f(x)=4^x$, $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$에 대하여 $f(x)$의 최대값을 M, $g(x)$의 최소값을 m이라 할 때, Mm의 값은? [3점]

① 8 ② 6 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

6. 세 수 $a,\ 0,\ b$가 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $2b,\ a,\ -7$이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

8. 1보다 큰 세 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\log_a c : \log_b c = 2:1$일 때, $\log_a b + \log_b a$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

11. 주위가 순간적으로 어두워지더라도 사람의 눈은 그 변화를 서서히 지각하게 된다. 빛의 세기가 1000에서 10으로 순간적으로 바뀐 후 t초가 경과했을 때, 사람이 지각하는 빛의 세기 $I(t)$는

$$I(t)=10+990\times a^{-5t} \text{ (단, } a\text{는 } a>1\text{인 상수)}$$

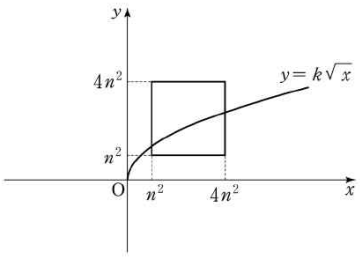
이라 한다. 빛의 세기가 1000에서 10으로 순간적으로 바뀐 후, 사람이 빛의 세기를 21로 지각하는 순간까지 s초가 경과했다고 할 때, s의 값은? (단, 빛의 세기의 단위는 Td(트롤랜드)이다.) [3점]

① $\frac{1+2\log 3}{5\log a}$ ② $\frac{1+3\log 3}{5\log a}$
③ $\frac{2+\log 3}{5\log a}$ ④ $\frac{2+2\log 3}{5\log a}$
⑤ $\frac{2+3\log 3}{5\log a}$

16. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 A_n을 4개의 점

$$(n^2,\ n^2),\ (4n^2,\ n^2),\ (4n^2,\ 4n^2),\ (n^2,\ 4n^2)$$

을 꼭지점으로 하는 정사각형이라 하자.
정사각형 A_n과 함수 $y=k\sqrt{x}$의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 a_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



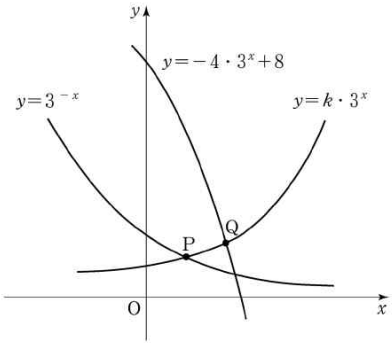
<보 기>

ㄱ. $a_5=15$
ㄴ. $a_{n+2}-a_n=7$
ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} a_k=200$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 $a_{n+1}b_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$를 만족시킬 때, b_{27}의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $y=k\cdot 3^x(0<k<1)$의 그래프가 두 함수 $y=3^{-x}$, $y=-4\cdot 3^x+8$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의 x좌표의 비가 $1:2$일 때, $35k$의 값을 구하시오. [4점]



26. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=2$이고 $a_{n+1}=2a_n+2$일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 1022 ② 1024 ③ 2021
④ 2046 ⑤ 2082

7. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} 1-x & (x<0) \\ x^2-1 & (0\leq x<1) \\ \frac{2}{3}(x^3-1) & (x\geq 1) \end{cases}$$

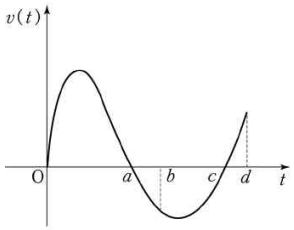
일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.
ㄴ. $|f(x)|$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄷ. $x^k f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하도록 하는 최소의 자연수 k는 2이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0\leq t\leq d)$에서의 속도 $v(t)$를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)|dt=\int_a^d |v(t)|dt$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0<a<b<c<d$이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.
ㄴ. $\int_0^c v(t)\,dt=\int_c^d v(t)\,dt$
ㄷ. $\int_0^b v(t)\,dt=\int_b^d |v(t)|\,dt$

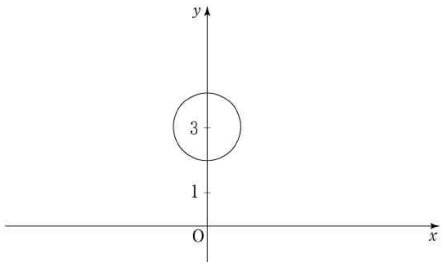
① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 좌표평면에서 중심이 (0, 3)이고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자. 양수 r에 대하여 $f(r)$를 반지름의 길이가 r인 원 중에서, 원 C와 한 점에서 만나고 동시에 x축에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(2)=3$
ㄴ. $\lim_{r\to 1+0} f(r)=f(1)$
ㄷ. 구간 (0, 4)에서 함수 $f(r)$의 불연속점은 2개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



18. 사차함수 $f(x)=x^4-4x^3+6x^2+4$의 그래프 위의 점 (a, b)에서의 접선의 기울기가 4일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. [3점]

19. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt=x^3-2ax^2+ax$$

를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

#26 2008년 6월 모의고사

6. 부등식

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-5)+\log_{\frac{1}{2}}(x-6)>-1$$

의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

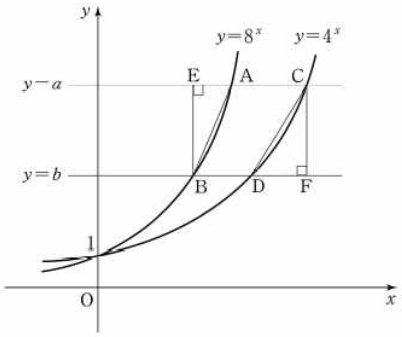
8. $1\leq\log n<3$인 자연수 n에 대하여 $\log_2 n$이 정수가 되도록 하는 n의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 두 함수 $y=2^x$, $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+k$의 그래프가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(0, \frac{5}{4}\right)$일 때, 상수 k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 그림과 같이 함수 $y=8^x$의 그래프가 두 직선 $y=a$, $y=b$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $y=4^x$의 그래프가 두 직선 $y=a$, $y=b$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 B에서 직선 $y=a$에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 $y=b$에 내린 수선의 발을 F라 하자.
삼각형 AEB의 넓이가 20일 때, 삼각형 CDF의 넓이는? (단, $a>b>1$이다.) [3점]



① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

16. 다음은 19세기 초 조선의 유학자 홍길주가 소개한 제곱근을 구하는 계산법의 일부를 재구성한 것이다.

> 1보다 큰 자연수 p에서 1을 뺀 수를 p_1이라 한다.
> p_1이 2보다 크면 p_1에서 2를 뺀 수를 p_2라 한다.
> p_2가 3보다 크면 p_2에서 3을 뺀 수를 p_3이라 한다.
> ⋮
> p_{k-1}이 k보다 크면 p_{k-1}에서 k를 뺀 수를 p_k라 한다.
> 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 수 p_n이 $(n+1)$보다 작으면 이 과정을 멈춘다.
> 이때, $2p_n$이 $(n+1)$과 같으면 p는 (가) 이다.

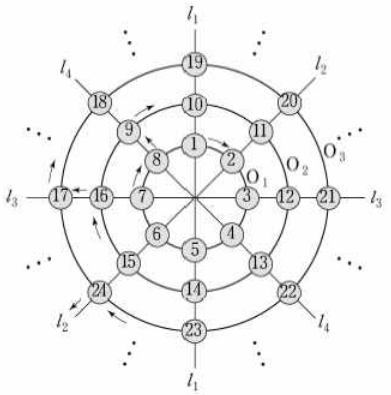
(가)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [4점]

① $n+1$ ② $\frac{(n+1)^2}{2}$ ③ $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
④ 2^{n+1} ⑤ $(n+1)!$

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k=n^2+n$일 때, a_{47}의 값을 구하시오. [3점]

22. 함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y=\log_b x$의 그래프와 점 $(9, 2)$에서 만날 때, $10a+b$의 값을 구하시오. [4점]

23. 다음 그림은 동심원 O_1, O_2, O_3, …과 직선 l_1, l_2, l_3, l_4의 교점 위에 자연수를 1부터 차례로 적은 것이다.



이미 채워진 수들의 규칙에 따라 계속하여 적어 나가면 475는 원 O_m과 직선 l_n의 교점 위에 있다. $m+n$의 값을 구하시오. [4점]

24. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c를 더한 값을 k라 할 때, k의 최대값과 최소값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $1 \leq a \leq 5$
(나) $\log_2(b-a)=3$
(다) $\log_2(c-b)=2$

27. 함수 $f(x)=\log_5 x$이고 $a>0$, $b>0$일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\left\{f\left(\frac{a}{5}\right)\right\}^2=\left\{f\left(\frac{5}{a}\right)\right\}^2$

ㄴ. $f(a+1)-f(a)>f(a+2)-f(a+1)$

ㄷ. $f(a)<f(b)$이면 $f^{-1}(a)<f^{-1}(b)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{2x+a}-\sqrt{x+3}}{x^2-1}=b$일 때, ab의 값은? [2점]

① 16 ② 4 ③ 1 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

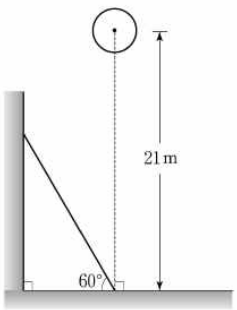
5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$f(-1)=2,\quad f(0)=0,\quad f(1)=-2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

12. 그림과 같이 편평한 바닥에 60°로 기울어진 경사면과 반지름의 길이가 0.5m인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 점에서 바닥에 수직으로 높이가 21m인 위치에 있다.



이 공을 자유낙하시킬 때, t초 후 공의 중심의 높이 $h(t)$는

$$h(t)=21-5t^2\ (\mathrm{m})$$

라고 한다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간, 공의 속도는? (단, 경사면의 두께와 공기의 저항은 무시한다.) [4점]

① -20 m/초 ② -17 m/초
③ -15 m/초 ④ -12 m/초
⑤ -10 m/초

18. 함수 $f(x)$가 $f(x+2)-f(2)=x^3+6x^2+14x$를 만족시킬 때, $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 양수 a에 대하여 점 $(a,\ 0)$에서 곡선 $y=3x^3$에 그은 접선과 점 $(0,\ a)$에서 곡선 $y=3x^3$에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$의 값을 구하시오. [3점]

21. 사차함수 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+6$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 극소값 -10을 갖는다.

#27 2008년 9월 모의고사

4. 다음 식을 간단히 한 것은? [3점]

$$(2^{x+y}+2^{x-y})^2-(2^{x+y}-2^{x-y})^2$$

① 2^{2x} ② 2^{2x+2} ③ 2^{2x+2y}
④ 2^{-2y} ⑤ 2^{-2y+2}

14. $0<a<1$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} a^x & (x<0) \\ -x+1 & (0\leq x<1) \\ \log_a x & (x\geq 1) \end{cases}$$

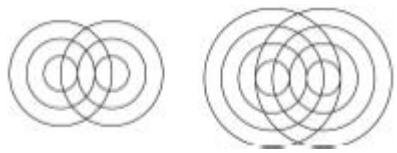
일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\{f(-3)\}^5=f(-15)$
ㄴ. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=a$는 한 점에서 만난다.
ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 거리가 3인 두 점 O, O′이 있다. 점 O를 중심으로 반지름의 길이가 각각 $1, 2, \cdots, n$인 n개의 원과 점 O′을 중심으로 반지름의 길이가 각각 $1, 2, \cdots, n$인 n개의 원이 있다. 이 $2n$개 원의 모든 교점의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어, 그림에서와 같이 $a_3=14$, $a_4=26$이다. a_{20}의 값은? [4점]



① 214 ② 218 ③ 222 ④ 226 ⑤ 230

18. $\sum_{k=1}^{10}(k+2)(k-2)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 부등식

$$\log_3(x-3)+\log_3(x+1) < 1+\log_3 4$$

의 해가 $a<x<b$일 때, ab의 값을 구하시오. [3점]

21. x에 관한 방정식 $a^{2x}-a^x=2\,(a>0,\ a\neq 1)$의 해가 $\frac{1}{7}$이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식 $x^2-kx+125=0$의 두 근 $\alpha,\ \beta\ (\alpha<\beta)$에 대하여 $\alpha,\ \beta-\alpha,\ \beta$가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 양수 k의 값을 구하시오. [4점]

2. 두 상수 $a,\ b$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{ax+b}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$일 때, ab의 값은? [2점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

5. $\int_0^2 |x^2(x-1)|\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

7. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2x-|x|} & (x\neq 0)\\ a & (x=0)\end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, a는 실수이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(-3)=1$이다.
ㄴ. $x>0$일 때, $f(x)=x$이다.
ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 a가 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 함수 $f(x)=x^3+5x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y=6x^2+1$과 x축 및 두 직선 $x=1-h$, $x=1+h\,(h>0)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(h)$라 할 때, $\lim_{h\to+0}\frac{S(h)}{h}$의 값을 구하시오. [3점]

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(0)=1$, $f'(0)=-6$, $g(0)=4$
(나) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)-4}{x}=0$

#28 2008년

4. $a=\sqrt{2}$, $b^3=\sqrt{3}$일 때, $(ab)^2$의 값은? (단, b는 실수이다.) [3점]

① $2\cdot3^{\frac{1}{3}}$ ② $2\cdot3^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}}\cdot3^{\frac{1}{3}}$
④ $3\cdot2^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $3\cdot2^{\frac{2}{3}}$

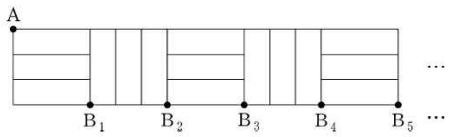
10. 지수함수 $f(x)=a^{x-m}$의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의 x좌표가 1과 3일 때, $a+m$의 값은? [3점]

① $2-\sqrt{3}$ ② 2 ③ $1+\sqrt{3}$
④ 3 ⑤ $2+\sqrt{3}$

14. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형 1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형 2]를 만든다.

[도형 1] [도형 2]

[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형 1]의 왼쪽 맨 위 꼭지점을 A라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여 n개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을 B_n이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 할 때, a_3+a_7의 값은? [4점]

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

16. 직선 $y=2-x$가 두 로그함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_1 > y_2$

ㄴ. $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$

ㄷ. $x_1 y_1 > x_2 y_2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2 = 3$, $a_5 = 24$일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

19. 부등식 $(\log_3 x)(\log_3 3x) \leq 20$을 만족시키는 자연수 x의 최대값을 구하시오. [3점]

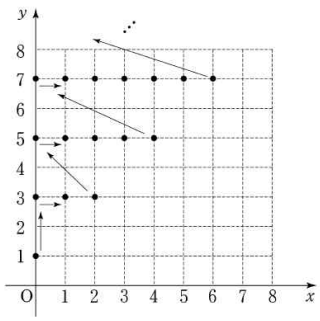
26. 함수 $f(x)=2^x$의 그래프를 x축 방향으로 m만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동시키면 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되고, 이 평행이동에 의하여 점 $\mathrm{A}(1, f(1))$이 점 $\mathrm{A}'(3, g(3))$으로 이동된다. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 점 $(0, 1)$을 지날 때, $m+n$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

28. 좌표평면 위에 다음 [단계]와 같은 순서로 점을 찍는다.

[단계 1] $(0, 1)$에 점을 찍는다.
[단계 2] $(0, 3)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$에 이 순서대로 3개의 점을 찍는다.
⋮
[단계 k] $(0, 2k-1)$, $(1, 2k-1)$, $(2, 2k-1)$, $\cdots$, $(2k-2, 2k-1)$에 이 순서대로 $(2k-1)$개의 점을 찍는다. (단, k는 자연수이다.)
⋮

이와 같은 과정으로 [단계 1]부터 시작하여 점을 찍어 나갈 때, 100번째 찍히는 점의 좌표는 (p, q)이다. $p+q$의 값은? [4점]



① 46 ② 43 ③ 40 ④ 37 ⑤ 34

3. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x-12}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x=3) \end{cases}$$

가 모든 실수 x에서 연속일 때, a의 값은? [2점]

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

6. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $f'(x)=0$이 서로 다른 세 실근 α, β, $\gamma\,(\alpha<\beta<\gamma)$를 갖고, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma)<0$이다.

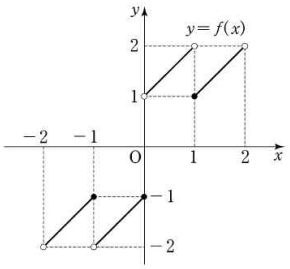
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=\beta$에서 극대값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. $f(\alpha)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 β보다 작은 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 개구간 $(-2,\ 2)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.



개구간 $(-2,\ 2)$에서 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+f(-x)$$

로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)$가 존재한다.
ㄴ. $\lim_{x\to 0} g(x)$가 존재한다.
ㄷ. 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

#29 2009년 6월 모의고사

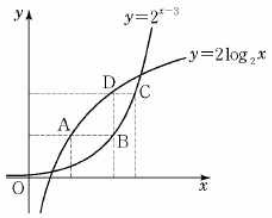
4. 두 곡선 $y=3^{x+m}$, $y=3^{-x}$이 y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하자. $\overline{AB}=8$일 때, m의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 로그방정식 $\left(\log_3 \frac{x}{3}\right)^2 - 20\log_9 x + 26 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha\beta$의 값은? [3점]

① 3^8 ② 3^9 ③ 3^{10} ④ 3^{11} ⑤ 3^{12}

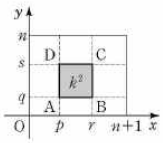
10. 그림과 같이 곡선 $y=2\log_2 x$ 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x-3}$과 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=2\log_2 x$와 만나는 점을 D라 하자. 점 D를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x-3}$과 만나는 점을 C라 하자.
$\overline{AB}=2$, $\overline{BD}=2$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



① 2 ② $1+\sqrt{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $2+\sqrt{2}$

12. 자연수 n과 $0 \leq p < r \leq n+1$, $0 \leq q < s \leq n$을 만족시키는 네 정수 p, q, r, s에 대하여 좌표평면에서 네 점 $\mathrm{A}(p,\ q)$, $\mathrm{B}(r,\ q)$, $\mathrm{C}(r,\ s)$, $\mathrm{D}(p,\ s)$를 꼭짓점으로 하고 넓이가 k^2인 정사각형의 개수를 a_k라고 하자. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} a_k$의 값을 구하는 과정이다. (단, k는 n 이하의 자연수이다.)

> 그림과 같이 넓이가 k^2인 정사각형 ABCD를 만들 때, 두 점 A, B의 y좌표가 주어지면 x좌표의 차가 $r-p=k$인 변 AB를 택하는 경우의 수는 [(가)]이다. 또 두 점 A, D의 x좌표가 주어지면 y좌표의 차가 $s-q=k$인 변 AD를 택하는 경우의 수는 [(나)]이다. 따라서
>
> $$a_k=(n+1)(n+2)-(2n+3)k+k^2$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n}\{(n+1)(n+2)-(2n+3)k+k^2\}$$
> $$= \boxed{\quad (다) \quad}$$



(가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
②	$n-k+2$	$n-k+1$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
③	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
④	$n-k+2$	$n-k+1$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
⑤	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$

15. 그림과 같이 나무에 55개의 전구가 맨 위 첫 번째 줄에는 1개, 두 번째 줄에는 2개, 세 번째 줄에는 3개, …, 열 번째 줄에는 10개가 설치되어 있다. 전원을 넣으면 이 전구들은 다음 규칙에 따라 작동한다.

> (가) n이 10 이하의 자연수일 때, n번째 줄에 있는 전구는 n초가 되는 순간 처음 켜진다.
> (나) 모든 전구는 처음 켜진 후 1초 간격으로 꺼짐과 켜짐을 반복한다.

전원을 넣고 n초가 되는 순간 켜지는 모든 전구의 개수를 a_n이라고 하자. 예를 들어 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_4=6$, $a_{11}=25$이다. $\sum_{n=1}^{14} a_n$의 값은? [3점]

① 215 ② 220 ③ 225 ④ 230 ⑤ 235

16. 공차가 d_1, d_2인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2-1)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_n=n$이면 $b_n=4n-4$이다.
ㄴ. $d_1 d_2=4$
ㄷ. $a_1 \neq 0$이면 $a_n=n$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+2)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라고 하자. $m>2$인 자연수 m에 대하여 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+m)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 $\mathrm{C}(p,\ q)$, $\mathrm{D}(r,\ s)$라고 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작고 $p<r$이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $p<-\frac{1}{3}$, $r>\frac{1}{2}$
ㄴ. 직선 AB의 기울기와 직선 CD의 기울기는 같다.
ㄷ. 점 B의 y좌표와 점 C의 y좌표가 같을 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CBD의 넓이는 같다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 함수 $f(x)=2^{-x}$에 대하여

$$f(2a)\,f(b)=4,\ f(a-b)=2$$

일 때, $2^{3a}+2^{3b}$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

21. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 자연수 n에 대하여

$$a_n=5n+1$$

$$b_1=1,\ b_{n+1}-b_n=n+1$$

을 만족시킨다. 10 이하인 두 자연수 k, l에 대하여 a_k와 b_l의 곱이 홀수가 되는 순서쌍 $(k,\ l)$의 개수를 구하시오. [4점]

26. 부등식 $|a-\log_2 x|\leq 1$을 만족시키는 x의 최댓값과 최솟값의 차가 18일 때, 2^a의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

27. 부등식 $1<m^{n-5}<n^{m-8}$을 만족시키는 자연수 m, n에 대하여

$$A=m^{\frac{1}{m-8}}\cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$

$$B=m^{-\frac{1}{m-8}}\cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$

$$C=m^{\frac{1}{m-8}}\cdot n^{-\frac{1}{n-5}}$$

이라고 할 때, A, B, C의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

① $A>B>C$ ② $A>C>B$ ③ $B>A>C$
④ $B>C>A$ ⑤ $C>A>B$

28. 자연수 n의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, $\cdots$, a_k라 할 때,

$$x_n=(-1)^{a_1}+(-1)^{a_2}+\cdots+(-1)^{a_k}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_8=2$
ㄴ. $n=3^m$이면 $x_n=-m+1$이다.
ㄷ. $n=10^m$이면 $x_n=m^2-1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}-x}$의 값은? [2점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 다항함수 $g(x)$에 대하여 극한값 $\lim_{x\to1}\frac{g(x)-2x}{x-1}$가 존재한다. 다항함수 $f(x)$가 $f(x)+x-1=(x-1)g(x)$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)\,g(x)}{x^2-1}$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 삼차함수 $f(x)=x(x-1)(ax+1)$의 그래프 위의 점 P(1, 0)을 접점으로 하는 접선을 l이라 하자. 직선 l에 수직이고 점 P를 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a의 값의 범위는? [3점]

① $-1<a<-\frac{1}{3}$ 또는 $0<a<1$

② $-\frac{1}{3}<a<0$ 또는 $0<a<1$

③ $-1<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{3}$

④ $-1<a<0$ 또는 $\frac{1}{3}<a<1$

⑤ $-2<a<-\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3}<a<2$

10. 서로 다른 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수

$$y=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ g(x) & (x\geq a) \end{cases}$$

가 모든 실수에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 개수를 $N(f, g)$라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=x^2$, $g(x)=x+1$이면 $N(f, g)=2$이다.
ㄴ. $N(f, g)=N(g, f)$
ㄷ. $h(x)=x^3$이면 $N(f, g)=N(h\cdot f, h\cdot g)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t일 때의 위치는 각각 $P(t)=\frac{1}{3}t^3+4t-\frac{2}{3}$, $Q(t)=2t^2-10$이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x$는 $x=a$에서 극솟값 b를 가진다. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$에서 접하는 직선을 l이라 할 때, 점 (a, b)에서 직선 l까지의 거리가 d이다. $90d^2$의 값을 구하시오. [4점]

23. 모든 계수가 정수인 삼차함수 $y=f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) $f(1)=5$
(다) $1<f'(1)<7$

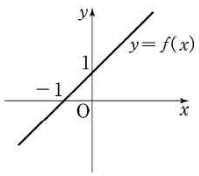
함수 $y=f(x)$의 극댓값은 m이다. m^2의 값을 구하시오. [3점]

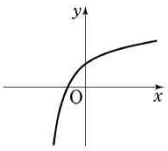
#30 2009년 9월 모의고사

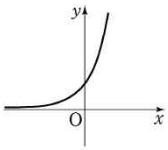
1. $2^{2\log_3 9}$의 값은? [2점]

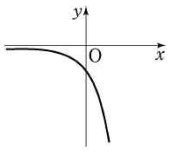
① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

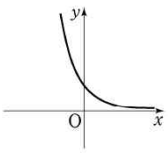
7. 오른쪽 그림은 일차함수 $y=f(x)$의 그래프이다. 함수 $y=2^{2-f(x)}$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? [3점]

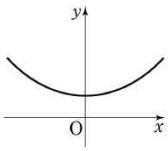


①


②


③


④


⑤


10. 자연수 n에 대하여 함수 $y=2^{x+n}$의 그래프가 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프와 만나는 점을 P_n이라 하자. 점 P_n의 x 좌표를 a_n, y 좌표를 b_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.
ㄴ. 임의의 자연수 m, n에 대하여 $b_m b_n = b_{m+n}$이다.
ㄷ. $2b_n < b_{n+1}$을 만족하는 자연수 n이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 함수 $f(x)=2^{x-2}+1$, $g(x)=\log_2(x-1)+2$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f^{-1}(5)\cdot\{g(5)+1\}=20$이다.
ㄴ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n=2^n-1$일 때, a_9의 값을 구하시오. [3점]

19. 지진의 규모 R와 지진이 일어났을 때 방출되는 에너지 E 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$R=0.67\log(0.37E)+1.46$$

지진의 규모가 6.15일 때 방출되는 에너지를 E_1, 지진의 규모가 5.48일 때 방출되는 에너지를 E_2라 할 때, $\frac{E_1}{E_2}$의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수 a, b가 $3^{a+b}=4$, $2^{a-b}=5$를 만족할 때, $3^{a^2-b^2}$의 값을 구하시오. [3점]

22. 수열 $\{a_n\}$의 제 n항 a_n을 자연수 k의 양의 제곱근 $\sqrt{k}$를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 n이 되는 k의 개수라 하자. $\sum_{i=1}^{10} a_i$의 값을 구하시오. [4점]

25. 연립방정식

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \\ 2^{x-2} - 3^{y-1} = -1 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오. [3점]

28. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 3+(-1)^n$일 때, 좌표평면 위의 점 P_n을

$$\mathrm{P}_n\left(a_n \cos\frac{2n\pi}{3},\ a_n \sin\frac{2n\pi}{3}\right)$$

라 하자. 점 P_{2009}와 같은 점은? [3점]

① P_1 ② P_2 ③ P_3
④ P_4 ⑤ P_5

3. $\lim_{x \to -3} \frac{\sqrt{x^2-x-3}+ax}{x+3} = b$가 성립하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은? [2점]

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

10. 함수 $f(x) = \begin{cases} -1 & (x<1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$

에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_{-1}^{x} (t-1)f(t)\,dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(x)$는 구간 $(1,\ 2)$에서 증가한다.
ㄴ. $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.
ㄷ. 방정식 $g(x)=k$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k가 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 구간 $[-2,\ 0]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x+8$의 최댓값을 구하시오. [3점]

#31 2009년

4. 함수 $y=3+\log_3(x^2-4x+31)$의 최솟값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 네 수 1, a, b, c는 이 순서대로 공비가 r인 등비수열을 이루고 $\log_8 c=\log_a b$를 만족시킨다. 공비 r의 값은? (단, $r>1$) [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

6. $a=\log_2 10$, $b=2\sqrt{2}$일 때, $a\log b$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

7. 두 지수함수 $f(x)=a^{bx-1}$, $g(x)=a^{1-bx}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.
(나) $f(4)+g(4)=\frac{5}{2}$

두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단, $0<a<1$) [3점]

① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

11. $0<a<\frac{1}{2}$인 상수 a에 대하여

직선 $y=x$가 곡선 $y=\log_a x$와 만나는 점을 (p, p),
직선 $y=x$가 곡선 $y=\log_{2a} x$와 만나는 점을 (q, q)
라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p=\frac{1}{2}$이면 $a=\frac{1}{4}$이다.
ㄴ. $p<q$
ㄷ. $a^{p+q}=\frac{pq}{2^q}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 지수함수 $y=5^{x-1}$의 그래프가 두 점 $(a, 5)$, $(3, b)$를 지날 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

19. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_5+a_9=45$$

일 때, a_1+a_{10}의 값을 구하시오. [3점]

21. $1<a<b$인 두 실수 a, b에 대하여

$$\frac{3a}{\log_a b}=\frac{b}{2\log_b a}=\frac{3a+b}{3}$$

가 성립할 때, $10\log_a b$의 값을 구하시오. [3점]

23. 자연수 $n(n \geq 2)$으로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같아지는 자연수를 모두 더한 값을 a_n이라 하자. 예를 들어 4로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같아지는 자연수는 5, 10, 15이므로 $a_4 = 5+10+15 = 30$이다. $a_n > 500$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

3. 함수 $f(x) = 6x^2 + 2ax$가 $\int_0^1 f(x)\,dx = f(1)$을 만족시킬 때, 상수 a의 값은? [2점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

11. 다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m} = 1, \quad \lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}} = a$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n} = b, \quad \lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}} = 9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $m \geq n$
ㄴ. $ab \geq 9$
ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am = bn$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x+1)-8}{x^2-4} = 5$일 때, $f(3)+f'(3)$의 값을 구하시오. [3점]

#32 2010년 6월 모의고사

4. 실수 a가 $\frac{2^a+2^{-a}}{2^a-2^{-a}} = -2$를 만족시킬 때, 4^a+4^{-a}의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

8. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$일 때, $\sum_{n=1}^{2010} na_n$의 값은? [4점]

① -2011 ② -2010 ③ 0
④ 2010 ⑤ 2011

9. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2) = f(x)$를 만족시키고,

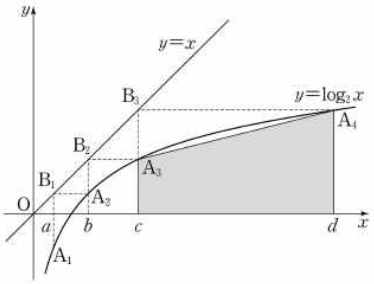
$$f(x) = \left|x - \frac{1}{2}\right| + 1 \quad \left(-\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2}\right)$$

이다.

자연수 n에 대하여 지수함수 $y = 2^{\frac{x}{n}}$의 그래프와 함수 $y = f(x)$의 그래프의 교점의 개수가 5가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

16. 그림과 같이 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 한 점 A_1에서 y축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=x$와 만나는 점을 B_1이라 하고, 점 B_1에서 x축에 평행한 직선을 그어 이 그래프와 만나는 점을 A_2라 하자. 이와 같은 과정을 반복하여 점 A_2로부터 점 B_2와 점 A_3을, 점 A_3으로부터 점 B_3과 점 A_4를 얻는다. 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4의 x좌표를 차례로 a, b, c, d라 하자.
네 점 $(c,\ 0)$, $(d,\ 0)$, $(d,\ \log_2 d)$, $(c,\ \log_2 c)$를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 함수 $f(x)=2^x$을 이용하여 a, b로 나타낸 것과 같은 것은? [3점]



① $\frac{1}{2}\{f(b)+f(a)\}\{(f\circ f)(b)-(f\circ f)(a)\}$

② $\frac{1}{2}\{f(b)-f(a)\}\{(f\circ f)(b)+(f\circ f)(a)\}$

③ $\{f(b)+f(a)\}\{(f\circ f)(b)+(f\circ f)(a)\}$

④ $\{f(b)+f(a)\}\{(f\circ f)(b)-(f\circ f)(a)\}$

⑤ $\{f(b)-f(a)\}\{(f\circ f)(b)+(f\circ f)(a)\}$

18. 지수방정식 $9^x-3^{x+2}+8=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $3^{2\alpha}+3^{2\beta}$의 값을 구하시오. [3점]

21. 부등식

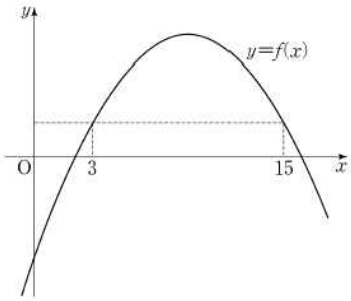
$$1+\log_{\frac{1}{2}} x^2 > \log_{\frac{1}{2}}(5x-8)$$

의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오. [3점]

22. 함수 $y=f(x)$는 $f(3)=f(15)$를 만족하고, 그 그래프는 그림과 같다. 모든 자연수 n에 대하여 $f(n)=\sum_{k=1}^{n} a_k$인 수열 $\{a_n\}$이 있다. m이 15보다 작은 자연수일 때,

$$a_m+a_{m+1}+\cdots+a_{15}<0$$

을 만족시키는 m의 최솟값을 구하시오. [4점]



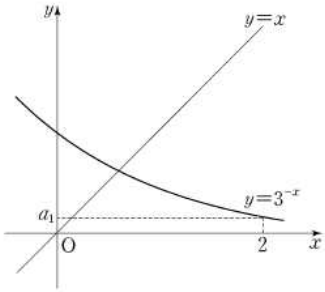
26. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=6$, $a_5=162$일 때, $\sum_{k=1}^{n} a_k \geq 1000$을 만족시키는 n의 최솟값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 지수함수 $f(x)=3^{-x}$에 대하여

$$a_1=f(2),\ a_{n+1}=f(a_n)\ (n=1,\ 2,\ 3)$$

일 때, a_2, a_3, a_4의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]



① $a_2<a_3<a_4$ ② $a_4<a_3<a_2$
③ $a_2<a_4<a_3$ ④ $a_3<a_2<a_4$
⑤ $a_3<a_4<a_2$

3. $\lim_{x\to1}\frac{x^3-x^2+x-1}{\sqrt{x+8}-3}$ 의 값은? [2점]

① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

4. 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-2,\ 4)$에서의 접선이 곡선 $y=x^3+ax-2$에 접할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

6. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이고, $f'(2)=-3,\ f'(4)=6$일 때, $\lim_{x\to-2}\frac{f(x^2)-f(4)}{f(x)-f(-2)}$ 의 값은? [3점]

① -8 ② -4 ③ 4 ④ 8 ⑤ 12

19. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to+0}\frac{x^3f\left(\frac{1}{x}\right)-1}{x^3+x}=5,\qquad \lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2+x-2}=\frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=(2x^3+1)(x-1)^2$에 대하여 $f'(-1)$의 값을 구하시오. [3점]

20. 좌표평면 위에 점 A$(0,\ 2)$가 있다. $0<t<2$일 때, 원점 O와 직선 $y=2$ 위의 점 P$(t,\ 2)$를 잇는 선분 OP의 수직이등분선과 y축의 교점을 B라 하자. 삼각형 ABP의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $f(t)$의 최댓값은 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하시오. [4점]

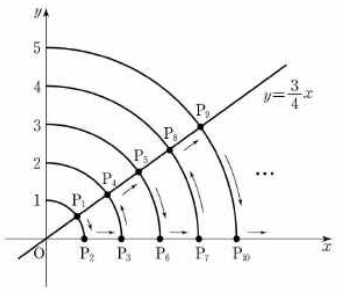
> (가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
> (나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a\ (a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

#33 2010년 9월 모의고사

5. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2^n$일 때, $a_1 + a_5$의 값은? [3점]

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

7. 다음 그림은 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1부터 1씩 증가하는 원들이 두 직선 $y = \frac{3}{4}x$, $y = 0$과 각각 만나는 점들의 일부를 P_1부터 시작하여 화살표 방향을 따라 P_1, P_2, P_3, $\cdots$ 으로 나타낸 것이다.



점 P_{25}의 x좌표는? [3점]

① $\frac{52}{5}$ ② 11 ③ $\frac{56}{5}$ ④ 12 ⑤ $\frac{64}{5}$

14. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 k에 대하여

$$b_{2k-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_1 + a_3 + \cdots + a_{2k-1}}$$

$$b_{2k} = 2^{a_2 + a_4 + \cdots + a_{2k}}$$

을 만족시킨다. $\{a_n\}$은 등차수열이고,

$$b_1 \times b_2 \times b_3 \times \cdots \times b_{10} = 8$$

일 때, $\{a_n\}$의 공차는? [4점]

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

19. 지수방정식 $6 - 2^x = 2^{3-x}$의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

20. 로그부등식 $\log_3 x + \log_3 (12 - x) \leq 3$을 만족시키는 모든 정수 x의 합을 구하시오. [3점]

22. 수열 $\{a_n\}$의 제n항 a_n을 $\frac{n}{3^k}$이 자연수가 되게 하는 음이 아닌 정수 k의 최댓값이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 0$이고 $a_6 = 1$이다. $a_m = 3$일 때, $a_m + a_{2m} + a_{3m} + \cdots + a_{9m}$의 값을 구하시오. [4점]

24. 좌표평면에서 세 점 (15, 4), (15, 1), (64, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 로그함수 $y = \log_k x$의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [4점]

26. 양의 실수 전체의 집합에서 연산 $*$을

$$a * b = a^b b^{-\frac{a}{2}}$$

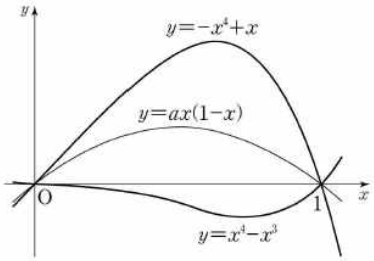
으로 정의하자. $(2 * 4) * x = 8x^{-2}$일 때, x의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$이 성립하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

7. 두 곡선 $y=x^4-x^3$, $y=-x^4+x$로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선 $y=ax(1-x)$에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<1$) [3점]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

18. 곡선 $y=x^3+2$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, -6)$에서의 접선의 방정식을 $y=mx+n$이라 할 때, 세 수 a, m, n의 합을 구하시오. [3점]

24. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하시오. [4점]

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2, f(2))$에서 직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

#34 2010년

10. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 t(℃)이고 개체중량이 w(g)일 때, A 조개와 B 조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$$
$$Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 20℃이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 8g일 때, $\frac{Q_A}{Q_B}$의 값은 $2^a \times 5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [3점]

① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55
④ 0.75 ⑤ 0.95

16. 자연수 $n(n \geq 2)$에 대하여 직선 $y=-x+n$과 곡선 $y=|\log_2 x|$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 a_n, $b_n(a_n<b_n)$이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_2 < \frac{1}{4}$

ㄴ. $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1-\frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 로그부등식

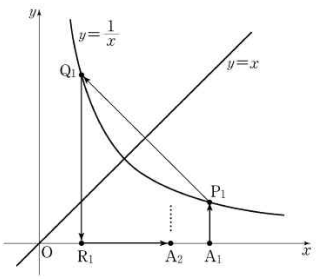
$$\log_2 x \leqq \log_4(12x+28)$$

을 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오. [3점]

22. 자연수 n에 대하여 점 A_n이 x축 위의 점일 때, 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 A_1의 좌표는 $(2, 0)$이다.
> (나) (1) 점 A_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}(x>0)$과 만나는 점을 P_n이라 한다.
> (2) 점 P_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q_n이라 한다.
> (3) 점 Q_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 R_n이라 한다.
> (4) 점 R_n을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_5=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



24. 두 자연수 a와 b에 대하여 세 수 a^n, $2^4\times3^6$, b^n이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, ab의 최솟값을 구하시오. (단, n은 자연수이다.) [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 -3인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 2인 등차수열이다. $a_2=1$일 때, a_8의 값을 구하시오. [4점]

3. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+a}-b}{x-3}=\frac{1}{4}$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

8. 실수 a에 대하여 집합

$$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{a\to0}f(a)=f(0)$
ㄴ. $\lim_{a\to c+0}f(a)\neq\lim_{a\to c-0}f(a)$인 실수 c는 2개이다.
ㄷ. 함수 $f(a)$가 불연속인 점은 3개이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leqq x < 1$일 때, $g(x)=f(x)$이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(-1)=f(1)$이고 $f'(-1)=f'(1)$이면, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1)<0$이다.

ㄷ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1)>0$이면, 구간 $(-\infty, -1)$에 $f'(c)=0$인 c가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 $t\,(t \geqq -1)$에 대하여 $-1 \leqq x \leqq t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자. $\int_{-1}^{1} g(t)\,dt = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#35 2011년 6월 모의고사

6. 1과 2 사이에 n개의 수를 넣어 만든 등차수열

$$1,\ a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n,\ 2$$

의 합이 24일 때, n의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

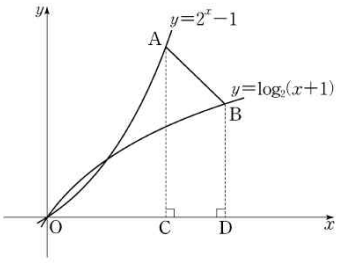
7. 로그부등식

$$\log_2(x^2+x-2) < \log_2(-2x+2)$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 곡선 $y=2^x-1$ 위의 점 A(2, 3)을 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)$과 만나는 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ACDB의 넓이는? [3점]



① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2a_4=16$, $a_3a_5=64$일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

22. $a=\log_2(2+\sqrt{3})$일 때, $4^a+\dfrac{4}{2^a}$의 값을 구하시오. [3점]

27. 1보다 큰 양수 a에 대하여 두 곡선 $y=a^{-x-2}$과 $y=\log_a(x-2)$가 직선 $y=1$과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=8$일 때, a의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to3}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}=14$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① -25 ② -23 ③ -21 ④ -19 ⑤ -17

11. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & (x\neq1) \\ 2 & (x=1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to1-0}f(x)=\lim_{x\to1+0}f(x)$

ㄴ. 함수 $g(x)=f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a가 존재한다.

ㄷ. 함수 $h(x)=(x-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 서로 다른 두 실수 α, β가 사차방정식 $f(x)=0$의 근일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(\alpha)=0$이면 다항식 $f(x)$는 $(x-\alpha)^2$으로 나누어 떨어진다.

ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$이면 방정식 $f(x)=0$은 허근을 갖지 않는다.

ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

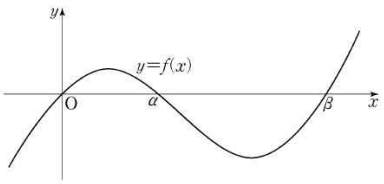
15. 삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ $(0<\alpha<\beta)$와 두 실수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$$

라고 하자. $a<0$, $\alpha<b<\beta$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. x에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$는 실근을 갖는다.
ㄴ. $g(b)>f(a)$
ㄷ. $g(a)>f(b)$



① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geqq 0) \\ g(x) & (x<0) \end{cases}$$

라고 하자. $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0)=g(0)$
ㄴ. $f'(0)=g'(0)$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄷ. $f'(0)g'(0)<0$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

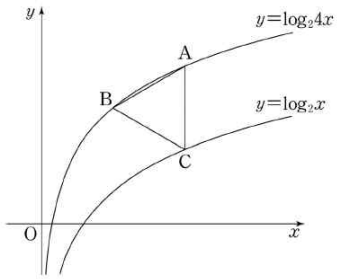
23. 최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\{f(x)\}^2-f(x^2)}{x^3f(x)}=4$

(나) $\lim_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{x}=4$

#36 2011년 9월 모의고사

15. 함수 $y=\log_2 4x$의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점 C에 대하여, 선분 AC가 y축에 평행하고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 B의 좌표는 $(p,\ q)$이다. $p^2\times 2^q$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

17. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고,

$$a_n=n^2+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)a_k \quad (n\geqq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식으로부터 $a_2=7$이다.
자연수 $n(n\geqq 3)$에 대하여

$$a_n=n^2+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)a_k$$
$$=n^2+\sum_{k=1}^{n-2}(2k+1)a_k+(2n-1)a_{n-1}$$
$$=n^2+a_{n-1}-\boxed{(가)}+(2n-1)a_{n-1}$$

이므로, $a_n+1=2n(a_{n-1}+1)$이 성립한다. 따라서

$$a_n+1=n\times(n-1)\times\cdots\times 3\times\boxed{(나)}\times(a_2+1)$$
$$=4\times n!\times\boxed{(나)}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 할 때, $f(9)\times g(9)$의 값은? [4점]

① 2^{13} ② 2^{14} ③ 2^{15} ④ 2^{16} ⑤ 2^{17}

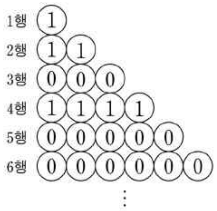
23. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고,

$$a_{n+1}=a_n+(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)}\quad(n\geqq 1)$$

을 만족시킨다. $a_{20}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 그림과 같이 1행에는 1개, 2행에는 2개, $\cdots$, n행에는 n개의 원을 나열하고 그 안에 다음 규칙에 따라 0 또는 1을 써 넣는다.

> (가) 1행의 원 안에는 1을 써 넣는다.
> (나) $n\geqq 2$일 때, 1행부터 $(n-1)$행까지 나열된 모든 원 안의 수의 합이 n 이상이면 n행에 나열된 모든 원 안에 0을 써 넣고, n 미만이면 n행에 나열된 모든 원 안에 1을 써 넣는다.



1행부터 32행까지 나열된 원 안에 써 넣은 모든 수의 합을 구하시오. [4점]

26. $1\leqq m\leqq 3$, $1\leqq n\leqq 8$인 두 자연수 m, n에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

5. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=0,\quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=5$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x)=x$의 한 근이 -2일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2$ $(a>0)$과 실수 t에 대하여, $x\leqq t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 함수 $f(x)=x^3-(a+2)x^2+ax$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 개구간 $(0,\ 5)$에서 증가할 때, a의 최솟값을 구하시오. [3점]

#37 2011년

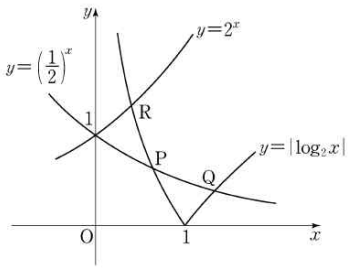
4. 지수부등식 $(3^x-5)(3^x-100)<0$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

11. 좌표평면에서 지수함수 $y=a^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동시킨 후, x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지난다. 양수 a의 값은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

16. 좌표평면에서 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$이 만나는 두 점을 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2,\ y_2)$ $(x_1<x_2)$라 하고, 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=2^x$이 만나는 점을 $\mathrm{R}(x_3,\ y_3)$이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $\frac{1}{2}<x_1<1$

ㄴ. $x_2y_2-x_3y_3=0$

ㄷ. $x_2(x_1-1)>y_1(y_2-1)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 로그방정식 $\log_3(x-4)=\log_9(5x+4)$의 근을 α라 할 때, α의 값을 구하시오. [3점]

22. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$의 세 항 a_2, a_4, a_9가 이 순서대로 공비 r인 등비수열을 이룰 때, $6r$의 값을 구하시오. [4점]

23. 2 이상의 자연수 n에 대하여 집합

$\{3^{2k-1} \mid k$는 자연수, $1 \leq k \leq n\}$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 나올 수 있는 모든 값만을 원소로 하는 집합을 S라 하고, S의 원소의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어, $f(4)=5$이다. 이때, $\sum_{n=2}^{11} f(n)$의 값을 구하시오. [4점]

26. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

를 만족시킨다. $a_2=-1$, $a_3=2$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제10항까지의 합은? [3점]

① 95 ② 90 ③ 85 ④ 80 ⑤ 75

30. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \log\frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} = p$라 할 때, 10^p의 값을 구하시오. [4점]

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x \geqq 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

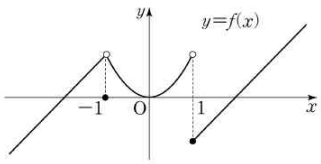
<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \to 1+0} \{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개이다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



17. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(0 \leqq t \leqq 5)$에서의 속도 $v(t)$가 다음과 같다.

$$v(t)=\begin{cases} 4t & (0 \leqq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leqq t < 3) \\ t-3 & (3 \leqq t \leqq 5) \end{cases}$$

$0<x<3$인 실수 x에 대하여 점 P가

시각 $t=0$에서 $t=x$까지 움직인 거리,
시각 $t=x$에서 $t=x+2$까지 움직인 거리,
시각 $t=x+2$에서 $t=5$까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(1)=2$

ㄴ. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)\,dt$

ㄷ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 함수 $f(x)=(x-1)^2(x-4)+a$의 극솟값이 10일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

24. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를

$S=\{a \mid$ 함수 $|f(x)-t|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않다.$\}$

라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. [4점]

#38 2012년 6월 모의고사

5. 함수 $f(x)=x^2+ax$가 $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=4$를 만족시킬 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

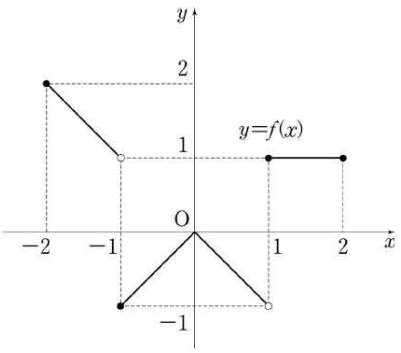
6. 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$|a_2-3|=|a_3-3|$$

일 때, a_5의 값은? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

7. 정의역이 $\{x\,|\,-2\le x\le 2\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x\to -1-0}f(x)+\lim_{x\to 1+0}f(x)$의 값은? [3점]



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=\sqrt{5}$일 때, $a_1\times a_2\times a_4\times a_5$의 값은? [3점]

① $\sqrt{5}$ ② 5 ③ $5\sqrt{5}$
④ 25 ⑤ $25\sqrt{5}$

10. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고

$$a_{n+1}=\sum_{k=1}^{n}2^{n-k}a_k \quad (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2=$ (가) 이다.
> 자연수 n에 대하여
> $$\begin{aligned} a_{n+2}&=\sum_{k=1}^{n+1}2^{n+1-k}a_k \\ &=\sum_{k=1}^{n}2^{n+1-k}a_k+a_{n+1} \\ &= \text{(나)} \sum_{k=1}^{n}2^{n-k}a_k+a_{n+1} \\ &= \text{(다)}\ a_{n+1} \end{aligned}$$
> 이다.
> 따라서 $a_1=1$이고, $n\ge 2$일 때 $a_n=($ (다) $)^{n-2}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [3점]

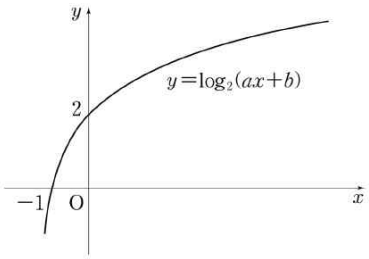
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x^2-1}=3$일 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$의 값은? [3점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

13. 곡선 $y=\log_2(ax+b)$가 점 $(-1,\ 0)$과 점 $(0,\ 2)$를 지날 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13



15. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+2ax$가 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 M이라 하고, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 부등식 $\log_2 x^2-\log_2|x|\le 3$을 만족시키는 정수 x의 개수는? [4점]

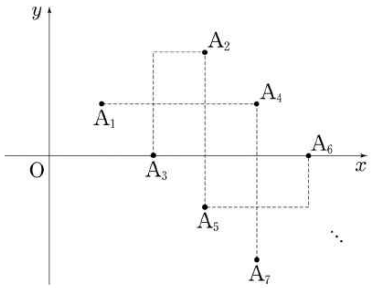
① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

17. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 A_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
> (나) n이 짝수이면 점 A_n은 점 A_{n-1}을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.
> (다) n이 3 이상의 홀수이면 점 A_n은 점 A_{n-1}을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점이다.

위의 규칙에 따라 정해진 점 A_k의 좌표가 $(7,\ -2)$이고 점 A_l의 좌표가 $(9,\ -7)$일 때, $k+l$의 값은? [4점]

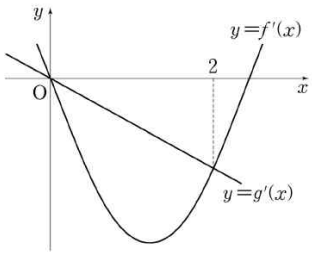
① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35



18. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=|x^2-1|$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 1-0} f(t)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 삼차함수 $f(x)$의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. $f(0)=g(0)$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

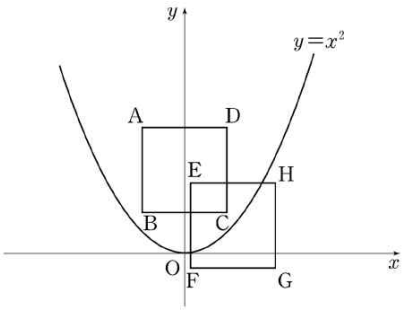


<보 기>

ㄱ. $0<x<2$에서 $h(x)$는 감소한다.
ㄴ. $h(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $h(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0, 1)$이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y=x^2$ 위에 있다. 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은? (단, 정사각형의 모든 변은 x축 또는 y축에 평행하다.) [4점]



① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

22. $\lim_{x\to1}\frac{x+1}{x^2+ax+1}=\frac{1}{9}$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4-a_2=4$일 때, $\sum_{k=11}^{20}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

25. $\sum_{k=1}^{14}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

27. 곡선 $y=x^3-x^2+a$ 위의 점 $(1, a)$에서의 접선이 점 $(0, 12)$를 지날 때, 상수 a의 값을 구하시오. [4점]

30. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S라 할 때, $n\in S$에 대하여 집합

$\{k \mid k\in S$이고 $\log_2 n-\log_2 k$는 정수$\}$

의 원소의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어, $f(10)=5$이고 $f(99)=1$이다. 이때, $f(n)=1$인 n의 개수를 구하시오. [4점]

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax-10}{x-2} & (x\neq2)\\ b & (x=2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

#39 2012년 9월 모의고사

5. 방정식 $2^x+2^{5-x}=33$의 모든 실근의 합은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n에 대하여 $\frac{S_4}{S_2}=9$일 때, $\frac{a_4}{a_2}$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

10. 곡선 $y=x^2-x+2$와 직선 $y=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

13. 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^3 f(x)dx=3\int_0^1 f(x)dx$

ㄴ. $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^1 f(x)dx$

ㄷ. $\int_0^1 \{f(x)\}^2dx=\left\{\int_0^1 f(x)dx\right\}^2$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 점 $(0,\ -4)$에서 곡선 $y=x^3-2$에 그은 접선이 x축과 만나는 점의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 할 때, a의 값은? [4점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

18. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+3ax$의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a의 최댓값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

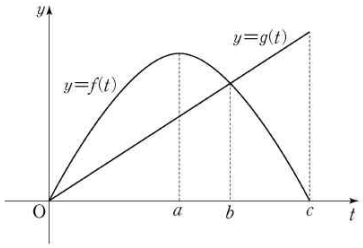
20. 함수 $f(x)=x^2-x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x+1) & (x\le 0) \\ f(x-1) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y=\{g(x)\}^2$이 $x=0$에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

21. 같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각 $t\,(0 \le t \le c)$에서 물체 A의 속도 $f(t)$와 물체 B의 속도 $g(t)$를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t)\,dt = \int_0^c g(t)\,dt$이고 $0 \le t \le c$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $t=a$일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
ㄴ. $t=b$일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
ㄷ. $t=c$일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2=1$이고, $a_1+a_6=8$일 때, a_{21}의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)=(x^3+5)(x^2-1)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

30. 자연수 n에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$이다.
(나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x가 자연수이고, $y=2^x$을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1=12$이다. $\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값을 구하시오. [4점]

#40 2012년

3. 함수 $f(x)=x^2+5$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{2n}{n+1}a_n$$

을 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

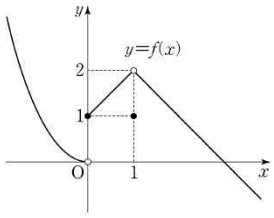
9. 함수 $F(x)=\int_0^x (t^3-1)\,dt$에 대하여 $F'(2)$의 값은? [3점]

① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

11. 첫째항이 -5이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=11}^{20} a_k$의 값은? [3점]

① 260 ② 255 ③ 250 ④ 245 ⑤ 240

18. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to +0} f(x)=1$

ㄴ. $\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$

ㄷ. 함수 $(x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 이차함수 $f(x)$는 $f(0)=-1$이고,

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\int_0^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값은? [4점]

① 11 ② 10 ③ 9 ④ 8 ⑤ 7

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)|=2$의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

25. 세 수 a, $a+b$, $2a-b$는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 1, $a-1$, $3b+1$은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다. a^2+b^2의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y=-x^3+4x$ 위의 점 $(1,\ 3)$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$이다. $10a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

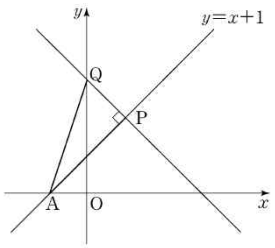
30. 자연수 a, b에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$과 곡선 $y=b^x$이 직선 $x=t\ (t\geq 1)$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4$, $b=5$는 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

(가) $2\leq a\leq 10$, $2\leq b\leq 10$
(나) $t\geq 1$인 어떤 실수 t에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}\leq 10$이다.

19. 실수 m에 대하여 점 $(0,\ 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은? [4점]

① -3 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 6

12. 그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$과 $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다. 점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 값은? [3점]



① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

#41 2013년 6월 모의고사

5. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax}{x-1}=b$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압 P(mmHg)와 용기 속의 온도 t(℃) 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log P=8.11-\frac{1750}{t+235}\quad(0<t<60)$$

용기 속의 온도가 15℃일 때의 포화 증기압을 P_1, 45℃일 때의 포화 증기압을 P_2라 할 때, $\frac{P_2}{P_1}$의 값은? [3점]

① $10^{\frac{1}{4}}$ ② $10^{\frac{1}{2}}$ ③ $10^{\frac{3}{4}}$
④ 10 ⑤ $10^{\frac{5}{4}}$

8. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$b_n=(a_{n+1})^2-(a_n)^2$$

일 때, $\frac{b_6}{b_3}$의 값은? [3점]

① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

9. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{f(x-2)}{x^2-2x}=4$일 때, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t일 때의 위치는 각각 $f(t)=2t^2-2t$, $g(t)=t^2-8t$이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 t의 범위는? [3점]

① $\frac{1}{2}<t<4$ ② $1<t<5$ ③ $2<t<5$
④ $\frac{3}{2}<t<6$ ⑤ $2<t<8$

11. 첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}\frac{a_{k+1}}{S_kS_{k+1}}=\frac{1}{3}$일 때, S_{11}의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 닫힌 구간 $[1, 4]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=20$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=\frac{S_n}{a_n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 S_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2=\frac{S_1}{a_1}=1$이다.
>
> $n \geq 3$일 때,
>
> $$a_n=\frac{S_{n-1}}{a_{n-1}}=\frac{S_{n-2}+a_{n-1}}{a_{n-1}}=\frac{a_{n-2}a_{n-1}+a_{n-1}}{a_{n-1}}$$
>
> 이므로
>
> $$a_n=a_{n-2}+1$$
>
> 이다. 따라서 일반항 a_n을 구하면, 자연수 k에 대하여
>
> $n=2k-1$일 때, $a_{2k-1}=k+1$
>
> $n=2k$일 때, $a_{2k}=$ (가)
>
> 이다. 한편, $S_n=a_n a_{n+1}$이므로
>
> $$S_n=\begin{cases}(k+1)\times \text{(가)} & (n=2k-1)\\ \text{(나)} & (n=2k)\end{cases}$$
>
> 이다.

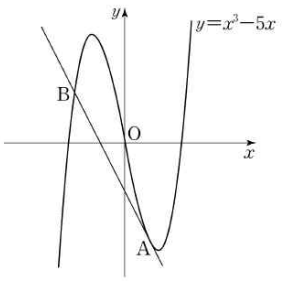
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $f(6)+g(7)$의 값은? [4점]

① 65 ② 67 ③ 69 ④ 71 ⑤ 73

16. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta)$의 값은? [4점]

① 255 ② 265 ③ 275 ④ 285 ⑤ 295

17. 곡선 $y=x^3-5x$ 위의 점 A$(1, -4)$에서의 접선이 점 A가 아닌 점 B에서 곡선과 만난다. 선분 AB의 길이는? [4점]



① $\sqrt{30}$ ② $\sqrt{35}$ ③ $2\sqrt{10}$
④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

19. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x & (|x| \geq 1)\\ -x & (|x|<1)\end{cases}$$

에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

> <보 기>
>
> ㄱ. 함수 $f(x)$가 불연속인 점은 2개이다.
> ㄴ. 함수 $(x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
> ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_{10}+a_6=6, \quad a_{10}-a_6=-12$$

를 만족시킬 때, a_2의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그부등식

$$\log_2(7-x)+\log_2(7+x)>4$$

를 만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

27. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=9$를 만족시킨다. $g(x)=xf(x)$라 할 때, $g'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=2$이고, $n\geq1$일 때 a_{n+1}은

$$\frac{1}{n+2}<\frac{a_n}{k}<\frac{1}{n}$$

을 만족시키는 자연수 k의 개수이다. a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

29. 방정식

$$4^x+4^{-x}+a(2^x-2^{-x})+7=0$$

이 실근을 갖기 위한 양수 a의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. [4점]

30. 3보다 큰 자연수 n에 대하여 $f(n)$을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a라 하자.

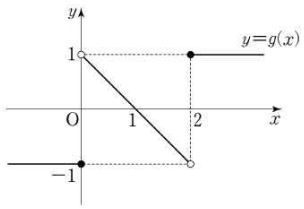
> (가) $a\geq3$
> (나) 두 점 $(2,0)$, $(a,\log_n a)$를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5)=4$이다. $\sum_{n=4}^{30}f(n)$의 값을 구하시오. [4점]

6. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

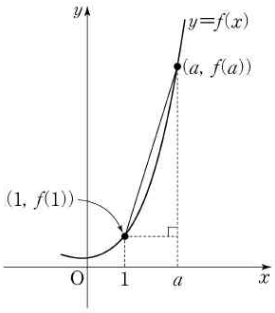
$$g(x)=\begin{cases}-1 & (x\leq0)\\ -x+1 & (0<x<2)\\ 1 & (x\geq2)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f(5)$의 값은? [3점]



① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

16. 양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하다. 1보다 큰 모든 실수 a에 대하여 점 $(1, f(1))$과 점 $(a, f(a))$ 사이의 거리가 a^2-1일 때, $f'(1)$의 값은? [4점]



① 1 ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

21. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$과 실수 m에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m의 값은? [4점]

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

#42 2013년 9월 모의고사

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=1$, $a_4=7$일 때, a_2+a_3의 값은? [2점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. $\left(\sqrt{2\sqrt[3]{4}}\right)^3$보다 큰 자연수 중 가장 작은 것은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

11. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1a_5=9,\ a_2a_6=36$$

일 때, $8(a_1a_2+a_3a_4)$의 값은? [3점]

① 153 ② 157 ③ 161 ④ 165 ⑤ 169

13. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} a & (x \leq 1) \\ -x+2 & (x > 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a는 상수이다.) [3점]

<보 기>

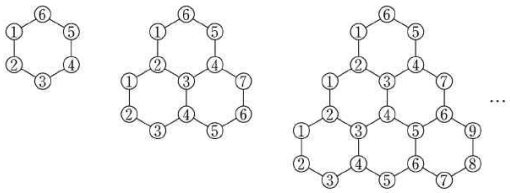
ㄱ. $\lim_{x \to 1+0} f(x)=1$
ㄴ. $a=0$이면 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $y=(x-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

> [단계 1] <그림 1>과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.
> [단계 2] <그림 1>의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 2>를 얻는다.
> ⋮
> [단계 n] <그림 $n-1$>의 아래에 n개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 n>을 얻는다.

<그림 6>에 적혀있는 모든 수의 합은? [4점]



<그림 1> <그림 2> <그림 3>

① 338 ② 349 ③ 360 ④ 371 ⑤ 382

18. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int\{x^2+f(x)\}dx,\quad f(x)g(x)=-2x^4+8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$의 값은? [4점]

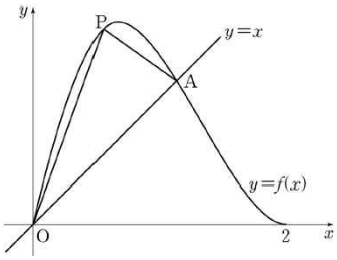
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 닫힌 구간 $[0, 2]$에서 정의된 함수

$$f(x)=ax(x-2)^2\ \left(a>\frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자. 점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x좌표가 $\frac{1}{2}$이다. 상수 a의 값은? [4점]

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x)=6x^3-x,\quad g(x)=|x-a|$$

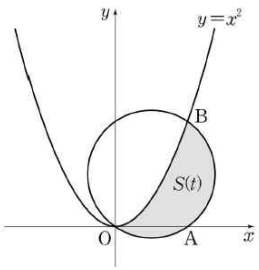
의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

23. $\int_{-2}^{2}x(3x+1)dx$의 값을 구하시오. [3점]

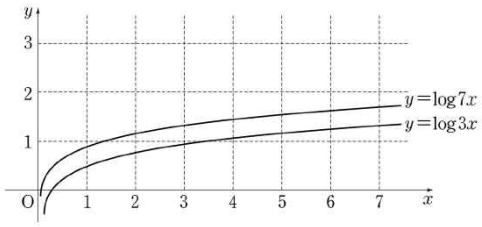
26. 함수 $f(x)=x^3+4x-2$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{h}$의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$과 양수 t에 대하여 세 점 O(0, 0), A(t, 0), B(t, t^2)을 지나는 원 C가 있다. 원 C의 내부와 부등식 $y \le x^2$이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(1)=\frac{p\pi+q}{4}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 정수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

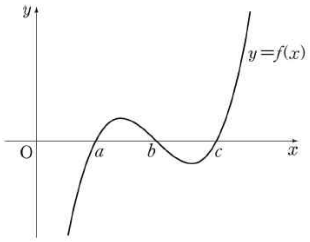
(가) 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
(나) 꼭짓점의 x좌표는 모두 100 이하이다.



13. 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$는

$$\int_a^b f(x)\,dx=3,\ \int_a^c f(x)\,dx=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

ㄱ. $F(b)=F(a)+3$
ㄴ. 점 $(c,\ F(c))$는 곡선 $y=F(x)$의 변곡점이다.
ㄷ. $-3<F(a)<0$이면 방정식 $F(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#43 2013년

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_1a_2}{a_3}=2, \quad \frac{2a_2}{a_1}+\frac{a_4}{a_2}=8$$

일 때, a_3의 값은? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 화재가 발생한 화재실의 온도는 시간에 따라 변한다. 어떤 화재실의 초기 온도를 T_0(℃), 화재가 발생한 지 t분 후의 온도를 T(℃)라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$T=T_0+k\log(8t+1) \text{ (단, } k\text{는 상수이다.)}$$

초기 온도가 20℃인 이 화재실에서 화재가 발생한 지 $\frac{9}{8}$분 후의 온도는 365℃이었고, 화재가 발생한 지 a분 후의 온도는 710℃이었다. a의 값은? [3점]

① $\frac{99}{8}$ ② $\frac{109}{8}$ ③ $\frac{119}{8}$ ④ $\frac{129}{8}$ ⑤ $\frac{139}{8}$

11. 함수 $f(x)=x+1$에 대하여

$$\int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2dx=k\left(\int_{-1}^{1}f(x)dx\right)^2$$

일 때, 상수 k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+9x+3$의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선의 방정식이 $y=2x+b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3+ax & (x<1) \\ bx^2+x+1 & (x\geq 1)\end{cases}$$

이 $x=1$에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

20. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-1 & (|x|\geq 1)\\ 1 & (|x|<1)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}1 & (|x|\geq 1)\\ -x & (|x|<1)\end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=-1$

ㄴ. 함수 $g(x+1)$은 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x+a$에 대하여 함수

$$F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=16,\quad a_5=10$$

일 때, $a_k=0$을 만족시키는 k의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x)=x^3+9x+2$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$의 값을 구하시오. [3점]

26. $2\leq n\leq 100$인 자연수 n에 대하여 $\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}$이 어떤 자연수의 n제곱근이 되도록 하는 n의 개수를 구하시오. [4점]

27. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 세 점 P_1, P_2, P_3의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.

(나) 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 중점과 선분 $\mathrm{P}_{n+2}\mathrm{P}_{n+3}$의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4의 좌표는 $(1,\ -2)$이다. 점 P_{25}의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

28. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 $f(3)=0$이고,

$$\int_0^{2013} f(x)\,dx=\int_3^{2013} f(x)\,dx$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S일 때, $30S$의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

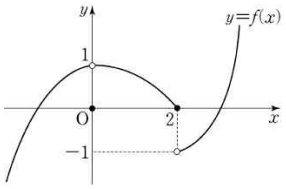
$$\{(x,\ y)\,|\,2^x - n \le y \le \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

(가) x좌표와 y좌표는 서로 같다. (나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2$, $a_2=4$이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, 삼차함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1이고, $g(0)=3$이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은? [4점]

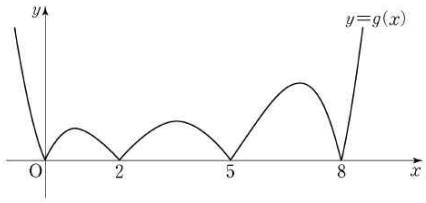


① 31 ② 30 ③ 29 ④ 28 ⑤ 27

19. 삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>
ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다. ㄴ. $f'(0)<0$ ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#44 2014년 6월 모의고사

5. $\log_5(6-\sqrt{11})+\log_5(6+\sqrt{11})$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $f(x)=x^3-x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}$의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

7. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1a_9=4$일 때, $a_2a_8+a_4a_6$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

9. 함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$$

일 때, $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\{f(x)\}^2-9}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{27}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

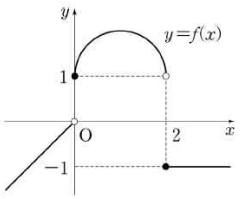
10. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x\le 1) \\ \lim_{n\to\infty}\frac{2x^{n+1}+3x^n}{x^n+1} & (x>1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to +0}f(x)=1$

ㄴ. $\lim_{x\to 2-0}f(x)=-1$

ㄷ. 함수 $|f(x)|$는 $x=2$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

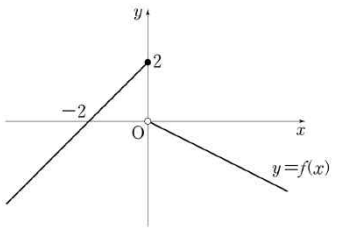
12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=n^2-10n$일 때, $a_n<0$을 만족시키는 자연수 n의 개수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[13~14] 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x>0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x)=f(x)\{f(x)+k\}$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값은? [3점]

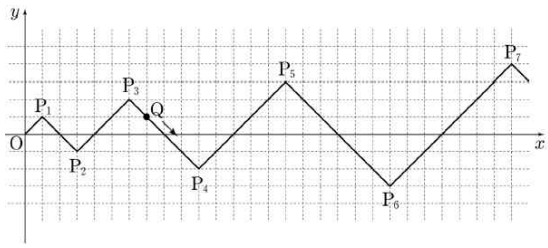
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $x_1=y_1=1$

(나) $\begin{cases} x_{n+1}=x_n+(n+1) \\ y_{n+1}=y_n+(-1)^n\times(n+1) \end{cases}$ $(n\ge 1)$

점 Q는 원점 O를 출발하여 $\overline{\mathrm{OP}_1}$을 따라 점 P_1에 도착한다. 자연수 n에 대하여 점 P_n에 도착한 점 Q는 점 P_{n+1}을 향하여 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$을 따라 이동한다. 점 Q는 한 번에 $\sqrt{2}$만큼 이동한다. 예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점 Q의 좌표는 $(7,\ 1)$이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점 Q의 y좌표는? [4점]

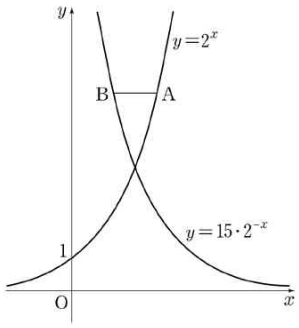


① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

17. 곡선 $y=x^3-3x^2+x+1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y절편의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

20. 그림과 같이 함수 $y=2^x$의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot 2^{-x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x좌표를 a라 할 때, $1<\overline{\mathrm{AB}}<100$을 만족시키는 2 이상의 자연수 a의 개수는? [4점]



① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

21. 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(3x-x^3) & (x<0) \\ x^3-ax & (x\ge 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

22. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=8$, $a_6-a_4=12$일 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2}=b$일 때, $10a+4b$의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 기울기가 2이다.
$g(x)=x^3f(x)$일 때, $g'(2)$의 값을 구하시오. [4점]

27. 방정식 $x^{\log_2 x}=8x^2$의 두 실근을 α, β라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=7$이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2}=a_n-4$ $\quad (n=1, 2, 3, 4)$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6}=a_n$이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k=258$일 때, a_2의 값을 구하시오. [4점]

4. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1+a_2=12,\ \frac{a_3+a_7}{a_1+a_5}=4$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

16. 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3$ 위의 점 (t, t^3)과 직선 $y=x+6$ 사이의 거리를 $g(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $g(t)$는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#45 2014년 9월 모의고사

5. $\int_0^1 (4x^3+a)dx=8$일 때 상수 a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x \le 1) \\ -x+a & (x>1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=2$이고,

$$\log_2 a_{n+1}=1+\log_2 a_n \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_8=2^k$일 때 상수 k의 값은? [3점]

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

12. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고

$$na_{n+1}-2na_n+\frac{n+2}{n+1}=0 \ (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n이

$$a_n=2^n+\frac{1}{n} \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=a_1=3$, (우변)$=2^1+\frac{1}{1}=3$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면

$a_k=2^k+\frac{1}{k}$이므로

$$ka_{k+1}=2ka_k-\frac{k+2}{k+1}$$

$$=\boxed{(가)}-\frac{k+2}{k+1}$$

$$=k2^{k+1}+\boxed{(나)}$$

이다. 따라서 $a_{k+1}=2^{k+1}+\frac{1}{k+1}$이므로

$n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

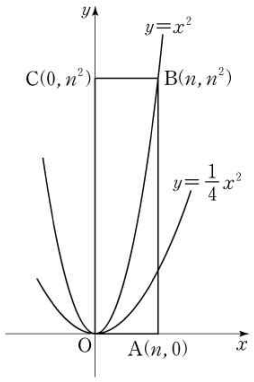
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$a_n=2^n+\frac{1}{n}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $f(3)\times g(4)$의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

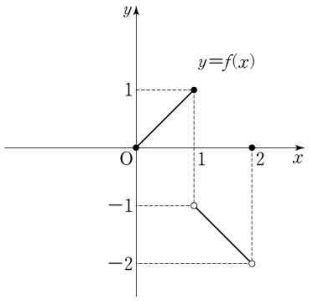
[13~14] 그림은 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$과 꼭짓점의 좌표가 O(0, 0), A(n, 0), B(n, n^2), C(0, n^2)인 직사각형 OABC를 나타낸 것이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, n은 자연수이다.)



13. $n=4$일 때, 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$과 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

15. 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 2\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 구간 $[0, 2]$에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다. $\lim_{x \to -1+0} f(x) + \lim_{x \to 2-0} f(x)$의 값은? [4점]



① −3 ② −1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

21. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty, 0)$에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은? [4점]

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

23. 함수 $f(x)=7x^3-ax+3$에 대하여 $f'(1)=2$를 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

25. 방정식 $(\log_3 x)^2-6\log_3\sqrt{x}+2=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오. [3점]

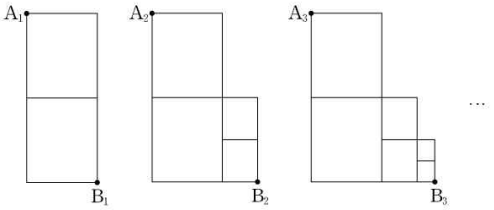
27. 곡선 $y=x^3+2x+7$ 위의 점 P$(-1, 4)$에서의 접선이 점 P가 아닌 점 (a, b)에서 곡선과 만난다. $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = x^3-2x^2-2x\int_0^1 f(t)\,dt$$

일 때, $f(0)=a$라 하자. $60a$의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자. [그림 1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자.
이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자.
자연수 n에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 할 때, 점 A_n에서 점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자.
a_7의 값을 구하시오. [4점]



[그림 1] [그림 2] [그림 3] …

30. 자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 1$을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자.
$\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

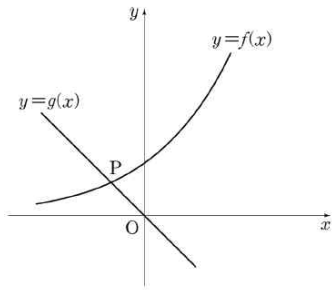
24. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2=-2$, $a_5=7$일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$의 값을 구하시오. [3점]

#46 2014년 예비평가

6. 로그부등식 $\log_{\sqrt{2}}|x|<5$를 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

9. 좌표평면에서 함수 $f(x)=2^x$의 그래프와 함수 $g(x)=-x$의 그래프가 만나는 점을 $P(a, -a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

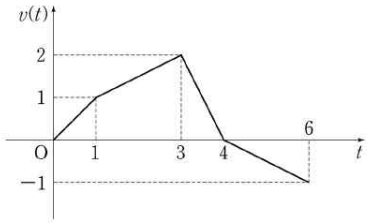


<보 기>

ㄱ. $a<-1$
ㄴ. $t>0$이면 $|f(-t)-g(-t)|<|f(t)-g(t)|$이다.
ㄷ. 함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a, a)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 \le t \le 6)$에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시각 $t=0$에서 시각 $t=6$까지 움직인 거리는? [3점]



① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

11. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & (-1 \le x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \le x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

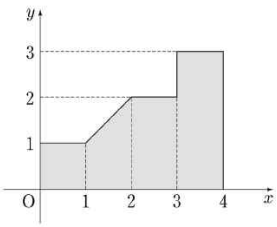
18. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=0$이고

$$a_{n+1}=(-1)^n a_n+\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킬 때, a_{50}의 값은? [4점]

① -50 ② -25 ③ 0 ④ 25 ⑤ 50

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0)$, $(t, 0)$, (t, t), $(0, t)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자.



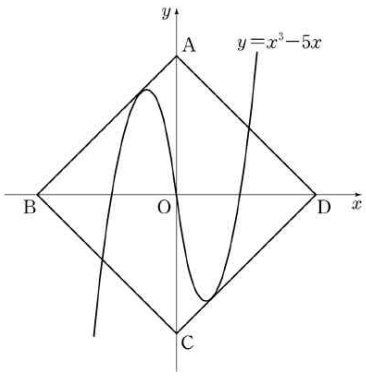
열린 구간 $(0, 4)$에서 함수 $f(t)$가 미분가능하지 않은 모든 t의 값의 합은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

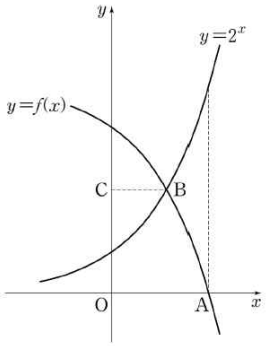
23. 첫째항이 -6이고 공차가 2인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이 30일 때, n의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y=4x^3-12x^2+8x$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y=x^3-5x$의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



[8~9] 곡선 $y=-2^x$을 y축의 방향으로 m만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 점을 A라 할 때, 8번과 9번의 두 물음에 답하시오. (단, $m>2$이다.)



8. 곡선 $y=2^x$이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 B, 점 B에서 y축에 내린 수선의 발을 C라 하자. $\overline{OA}=2\overline{BC}$일 때, m의 값은? [3점]

① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

18. $x>0$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하고 $2x \le f(x) \le 3x$이다. $f(1)=2$이고 $f(2)=6$일 때, $f'(1)+f'(2)$의 값은? [4점]

① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

#47 2014년

5. 함수 $f(x)=2x^2+ax$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=6$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

6. 첫째항이 6이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때,

$$\frac{a_8-a_6}{S_8-S_6}=2$$

가 성립한다. d의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 곡선 $y=x^2-4x+3$과 직선 $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 10 ② $\frac{31}{3}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ 11 ⑤ $\frac{34}{3}$

[13~14] 자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 수열 $\{a_n\}$이 $a_n=f(6^n)-f(3^n)$일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 값은? [3점]

① $120(\log_2 3-1)$ ② $105\log_3 2$ ③ $105\log_2 3$
④ $120\log_2 3$ ⑤ $120(\log_3 2+1)$

14. 20 이하의 두 자연수 m, n에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 (m, n)의 개수는? [4점]

① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

21. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

23. 실수 a에 대하여 $\int_{-a}^{a}(3x^2+2x)dx=\frac{1}{4}$일 때, $50a$의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=a_2+3$
(나) $a_{n+1}=-2a_n\ (n\geq 1)$

a_9의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)=2x^3-12x^2+ax-4$가 $x=1$에서 극댓값 M을 가질 때, $a+M$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

28. 함수

$$f(x)=\begin{cases}x+1 & (x\leq 0)\\ -\frac{1}{2}x+7 & (x>0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. [4점]

4. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_9=3a_3$일 때, a_5의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

#48 2015년 6월 모의고사

6. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=2$, $a_3=10$일 때, a_5의 값은? [3점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

7. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+5 & (x\neq 1) \\ a & (x=1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 함수 $f(x)=x^2+4x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{2h}$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. $\sum_{k=1}^{n}\frac{4}{k(k+1)}=\frac{15}{4}$일 때, n의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가

$$x=-t^2+4t$$

이다. $t=a$에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+a$의 극댓값이 10일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

20. $0<a<1<b$인 두 실수 a, b에 대하여 두 함수

$$f(x)=\log_a(bx-1),\qquad g(x)=\log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축의 교점이 곡선 $y=g(x)$의 점근선 위에 있도록 하는 a와 b 사이의 관계식과 a의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

① $b=-2a+2$ $(0<a<\frac{1}{2})$

② $b=2a$ $(0<a<\frac{1}{2})$

③ $b=2a$ $(\frac{1}{2}<a<1)$

④ $b=2a+1$ $(0<a<\frac{1}{2})$

⑤ $b=2a+1$ $(\frac{1}{2}<a<1)$

21. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) $\lim_{x \to n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n=1, 2, 3, 4)$

$g(5)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

24. 닫힌 구간 $[-1, 3]$에서 두 함수

$$f(x)=2^x, \quad g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$

의 최댓값을 각각 a, b라 하자. ab의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=15$이고,

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)=2n+1 \qquad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y=-x^3+2x$ 위의 점 $(1, 1)$에서의 접선이 점 $(-10, a)$를 지날 때, a의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n에 대하여 순서쌍 (x_n, y_n)을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $(x_1, y_1)=(1, 1)$
(나) n이 홀수이면 $(x_{n+1}, y_{n+1})=(x_n, (y_n-3)^2)$이고,
n이 짝수이면 $(x_{n+1}, y_{n+1})=((x_n-3)^2, y_n)$이다.

순서쌍 (x_{2015}, y_{2015})에서 $x_{2015}+y_{2015}$의 값을 구하시오. [4점]

29. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-x^3}{x^2}=-11, \quad \lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1}=-9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} xf\left(\frac{1}{x}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

13. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2-n \qquad (n \geq 1)$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} ka_{4k+1}$의 값은? [3점]

① 2960 ② 3000 ③ 3040 ④ 3080 ⑤ 3120

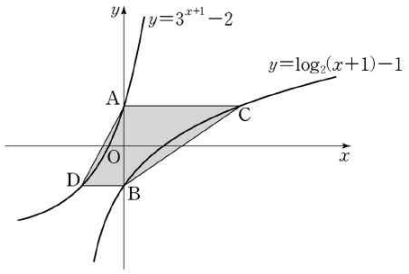
30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$이다.
(나) 모든 정수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx=a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오. [4점]

#49 2015년 9월 모의고사

11. 그림과 같이 두 곡선 $y=3^{x+1}-2$, $y=\log_2(x+1)-1$이 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)-1$과 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^{x+1}-2$와 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 ADBC의 넓이는? [3점]



① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1}=\sum_{k=1}^{n}S_k \quad (n\geq 1) \cdots\cdots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식 (*)에 의하여
>
> $$\frac{S_n}{n}=\sum_{k=1}^{n-1}S_k \quad (n\geq 2) \cdots\cdots ㉠$$
>
> 이다. (*)에서 ㉠을 빼서 정리하면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{S_n}=\frac{\boxed{(가)}}{n} \quad (n\geq 2)$$
>
> 이다. ㉠으로부터 $S_2=2$이고,
>
> $$S_n=\frac{S_n}{S_{n-1}}\times\frac{S_{n-1}}{S_{n-2}}\times\cdots\times\frac{S_3}{S_2}\times S_2 \quad (n\geq 3)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n=n!\times\boxed{(나)} \quad (n\geq 3)$$
>
> 이다. 그러므로 a_n은
>
> $$a_n=\begin{cases}1 & (n=1,\ 2)\\ \frac{n^2-n+1}{2}\times(n-1)! & (n\geq 3)\end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4)\times g(20)$의 값은? [4점]

① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

17. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$의 모든 극값의 곱이 -4일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

> (가) $f(0)=-3$
>
> (나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6\leq f(x)\leq 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

24. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_{10}=22$일 때, $\sum_{k=2}^{9}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\frac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x\neq 3)\\ a & (x=3)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = x^3+4x$$

를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}\ (x>0)$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $x-y-10=0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $1 \le a \le 10,\ 1 \le b \le 100$
> (나) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$과 만나지 않는다.
> (다) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=4$와 적어도 한 점에서 만난다.

22. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_2+a_4=55$일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

23. 로그방정식 $\log_8 x-\log_8(x-7)=\frac{1}{3}$의 해를 구하시오. [3점]

#50 2015년

5. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=3$, $a_5=48$일 때, a_3의 값은? [3점]

① 18 ② 16 ③ 14 ④ 12 ⑤ 10

6. $\int_0^1 (2x+a)\,dx=4$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=\frac{n}{n+1}$일 때, a_4의 값은? [3점]

① $\frac{1}{22}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{1}{14}$

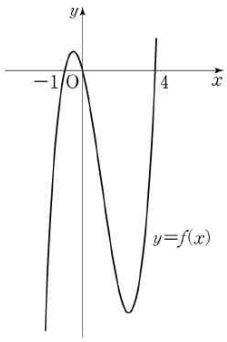
10. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P, 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P=20\log 255-10\log E\quad (E>0)$$

두 원본 사진 A, B를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A\,(E_A>0)$, $E_B\,(E_B>0)$이라 하자. $E_B=100E_A$일 때, P_A-P_B의 값은? [3점]

① 30 ② 25 ③ 20 ④ 15 ⑤ 10

[13~14] 함수 $f(x)=x(x+1)(x-4)$에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



14. 직선 $y=5x+k$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k의 값은? [4점]

① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

15. 지수부등식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} \le 5^{x+4}$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

17. 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}=3n^2+n$을 만족시킬 때, a_8의 값은? [4점]

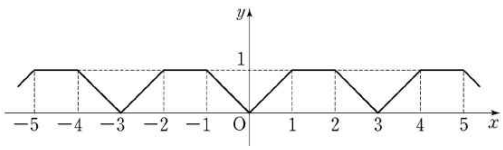
① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

20. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} x & (0 \le x < 1) \\ 1 & (1 \le x < 2) \\ -x+3 & (2 \le x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^{a} f(x)dx=13$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18



21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은? [4점]

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0)=f'(0)$
(다) $x \ge -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

23. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+10 & (x<1) \\ x+a & (x \ge 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

29. 두 다항함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

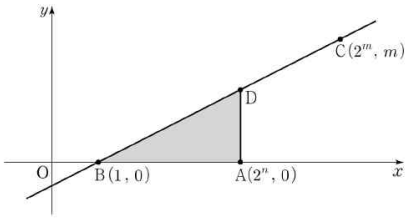
$$g(x)=(x^3+2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$가 $x=1$에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1)-f'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

21. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

> (가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$이다.
> (나) 두 점 B$(1, 0)$과 C$(2^m, m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

① 109 ② 111 ③ 113 ④ 115 ⑤ 117



#51 2016년 6월 모의고사

7. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{4x-a}{x-1}=b$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

8. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{11} a_k=4, \qquad \sum_{k=1}^{11} b_k=24$$

일 때, $\sum_{k=1}^{11}(5a_k+b_k)$의 값은? [3점]

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

11. 함수 $f(x)=x^2+8x$에 대하여

$$\lim_{h\to0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$$

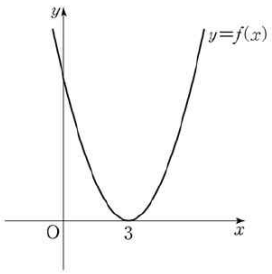
의 값은? [3점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

[13～14] 함수 $f(x)$가

$$f(x)=(x-3)^2$$

일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x)$의 도함수가 $f(x)$이고 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ g(2))$에서의 접선의 y절편이 -5일 때, 이 접선의 x절편은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$의 역함수가 $f^{-1}(x)=3^{x-2}+4$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 세 항 $a_2,\ a_k,\ a_8$은 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 항 $a_1,\ a_2,\ a_k$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. $k+a_1$의 값은? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

17. 두 함수

$$f(x)=3x^3-x^2-3x,\qquad g(x)=x^3-4x^2+9x+a$$

에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a의 개수는? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

21. 자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

(가) $f(n)=0$ (나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x)\geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23. 함수 $f(x)=x^3+10x$에 대하여 $f'(0)$의 값을 구하시오. [3점]

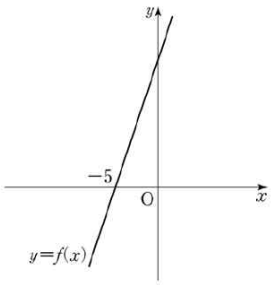
24. $\sum_{k=1}^{10}(2k+a)=300$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-9x+3$이 열린 구간 $(-a, a)$에서 감소할 때, 양수 a의 최댓값을 구하시오. [4점]

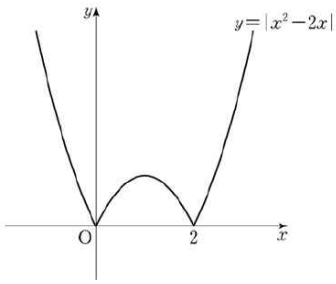
28. 일차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고 $f(-5)=0$이다. 부등식

$$2^{f(x)} \le 8$$

의 해가 $x \le -4$일 때, $f(0)$의 값을 구하시오. [4점]



29. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=|x^2-2x|$와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$에 대하여 함수 $f(t)g(t)$가 모든 실수 t에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하시오. [4점]



16. 두 함수

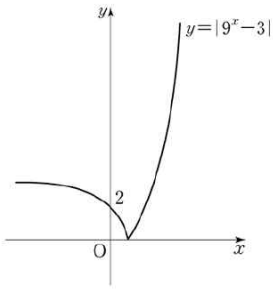
$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<1) \\ -3x+4 & (x \ge 1) \end{cases}, \quad g(x)=2^x+2^{-x}$$

에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은? [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

18. 좌표평면 위의 두 곡선 $y=|9^x-3|$과 $y=2^{x+k}$이 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 x_1, $x_2\,(x_1<x_2)$라 할 때, $x_1<0$, $0<x_2<2$를 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



23. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_7+a_{11}=20$$

을 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하시오. [3점]

#52 2016년 9월 모의고사

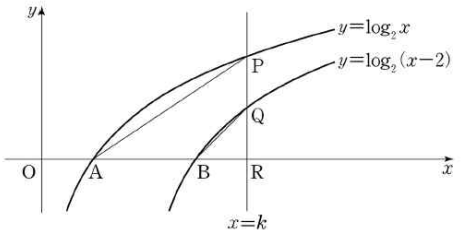
10. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int\left(\frac{1}{2}x^3+2x+1\right)dx-\int\left(\frac{1}{2}x^3+x\right)dx$$

이고 $f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값은? [3점]

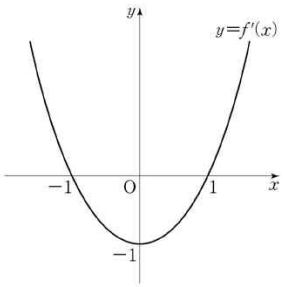
① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

12. 그림과 같이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(x-2)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 직선 $x=k\ (k>3)$이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(x-2)$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, x축과 만나는 점을 R라 하자. 점 Q가 선분 PR의 중점일 때, 사각형 ABQP의 넓이는? [3점]



① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

[13~14] 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=x^2-1$일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x)=f(x)-kx$가 $x=-3$에서 극값을 가질 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

14. $f(0)=0$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

21. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30,\quad y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to+0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to-0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은? [4점]

① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

22. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 4$, $3a_5 = a_7$ 일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \int_0^x (2at+1)\,dt$$

이고 $f'(2) = 17$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

28. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)-x^3}{3x} = 2$
(나) $\lim_{x\to 0} f(x) = -7$

8. 로그방정식 $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 곱은? [3점]

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

#53 2016년

7. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 = 4a_1,\ a_7 = (a_6)^2$$

일 때, 첫째항 a_1의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

10. 어느 금융상품에 초기자산 W_0을 투자하고 t년이 지난 시점에서의 기대자산 W가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W = \frac{W_0}{2}10^{at}(1+10^{at})$$

(단, $W_0 > 0$, $t \geq 0$이고, a는 상수이다.)

이 금융상품에 초기자산 w_0을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k배일 때, 실수 k의 값은? (단, $w_0 > 0$) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

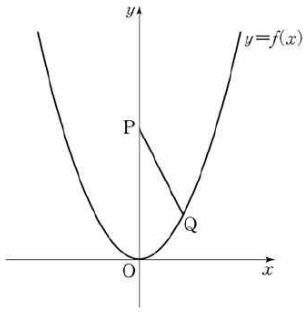
11. x에 대한 로그부등식

$$\log_5(x-1) \leq \log_5\left(\frac{1}{2}x+k\right)$$

를 만족시키는 모든 정수 x의 개수가 3일 때, 자연수 k의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[13~14] 자연수 n에 대하여 좌표가 $(0, 2n+1)$인 점을 P라 하고, 함수 $f(x)=nx^2$의 그래프 위의 점 중 y좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을 Q라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $n=1$일 때, 선분 PQ와 곡선 $y=f(x)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{19}{12}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x),\quad g(-x)=g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)dx=10$$

일 때, $h(3)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은? [4점]

(가) 함수 $|f(x)|$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌 구간 $[3, 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

27. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (x\le a) \\ x^2-x & (x>a) \end{cases},\quad g(x)=x-(2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=x^3f(x)-7$
(나) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-g(x)}{x-2}=2$

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.
(단, a, b는 상수이다.) [4점]

29. 이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^2 |f(x)|dx = -\int_0^2 f(x)dx = 4$

(나) $\int_2^3 |f(x)|dx = \int_2^3 f(x)dx$

$f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

22. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$2(a_2+a_3)=a_9$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$의 공차를 구하시오. [3점]

#54 2017년 6월 모의고사

9. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 4x^2-a & (x<1) \\ x^3+a & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

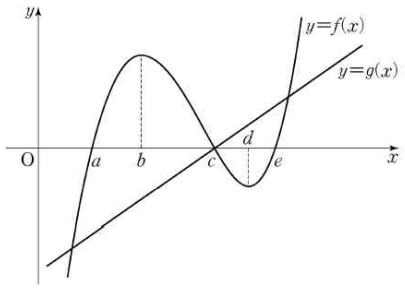
12. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_8=a_2+12,\ a_1+a_2+a_3=15$$

일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

18. 삼차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$이다.



함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$) [4점]

① $a<p<b$이고 $c<q<d$
② $a<p<b$이고 $d<q<e$
③ $b<p<c$이고 $c<q<d$
④ $b<p<c$이고 $d<q<e$
⑤ $c<p<d$이고 $d<q<e$

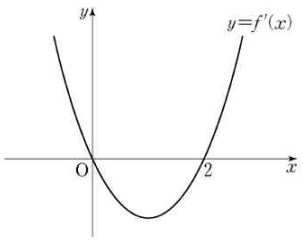
20. 첫째항이 a인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+(-1)^n\times 2 & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n+1 & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15}=43$일 때, a의 값은? [4점]

① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

21. 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $f(0)<0$이면 $|f(0)|<|f(2)|$이다.

ㄴ. $f(0)f(2)\geq 0$이면 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극소인 a의 값의 개수는 2이다.

ㄷ. $f(0)+f(2)=0$이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

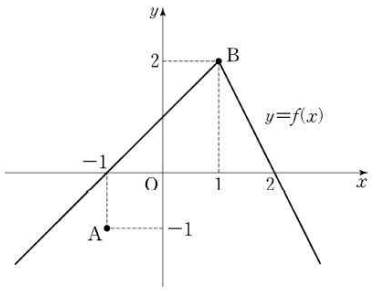
25. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=3$, $\dfrac{a_4a_5}{a_2a_3}=16$일 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

28. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+2$가 닫힌 구간 $[-a,\ a]$에서 최댓값 M, 최솟값 $\dfrac{14}{27}$를 갖는다. $a+M$의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x,\ f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오. [4점]



30. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고 $0<b-a\le\frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

2. $\cos\frac{3\pi}{2}$의 값은? [2점]

① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

10. 부등식 $\log_3(x-1)+\log_3(4x-7)\le 3$을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 방정식 $3^{-x+2}=\frac{1}{9}$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

#55 2017년 9월 모의고사

6. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_7}{a_5}=4$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

9. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{7}a_k=\sum_{k=1}^{6}(a_k+1)$$

을 만족시킬 때, a_7의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-4)f(x)}{x-2}=12$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 첫째항이 4이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

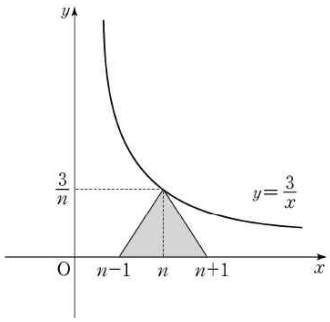
$$\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{\sqrt{a_{k+1}}+\sqrt{a_k}}$$

의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\frac{3}{x}\,(x>0)$ 위의 점 $\left(n,\ \frac{3}{n}\right)$과 두 점 $(n-1,\ 0)$, $(n+1,\ 0)$을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}\frac{9}{a_n a_{n+1}}$의 값은? [4점]

① 410 ② 420 ③ 430 ④ 440 ⑤ 450



20. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다. (나) $f'(-3)=f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

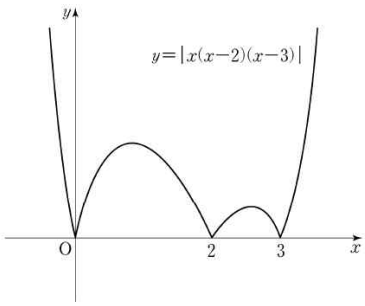
ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다. (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $\lvert x(x-2)(x-3)\rvert$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



25. 함수

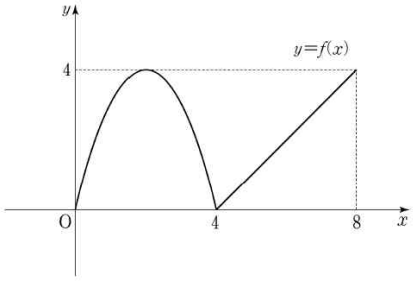
$$f(x)=\begin{cases} ax^2+1 & (x<1) \\ x^4+a & (x\ge 1)\end{cases}$$

이 $x=1$에서 미분가능할 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

29. 구간 $[0, 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a\,(0 \le a \le 4)$에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



7. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 3$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

23. 곡선 $y=\log_2(x+5)$의 점근선이 직선 $x=k$이다. k^2의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]

#56 2017년

5. 세 수 $\frac{9}{4}$, a, 4가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

9. $\int_0^2 (6x^2 - x)dx$의 값은? [3점]

① 15 ② 14 ③ 13 ④ 12 ⑤ 11

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = -2t + 4$$

이다. $t=0$부터 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x \ge 2) \end{cases},$$

$$g(x)=ax+1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

15. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은? [4점]

(가) $a_6+a_8=0$ (나) $\lvert a_6\rvert=\lvert a_7\rvert+3$

① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

18. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\lvert\alpha-\beta\rvert$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.) (나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여 $\int_0^t \lvert f'(x)\rvert\,dx=f(t)+f(0)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x)\,dx<0$

ㄴ. $0<k\le 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면에서 함수

$$f(x)=\begin{cases}-x+10 & (x<10)\\ (x-10)^2 & (x\ge 10)\end{cases}$$

과 자연수 n에 대하여 점 $(n, f(n))$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n이 있다. x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n, 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}(A_n-B_n)$의 값은? [4점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

25. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x+2$에 대하여 $\sum_{k=1}^{15}f(2k)$의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y=x^3-ax+b$ 위의 점 $(1, 1)$에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$이다. 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f'\circ g)(x)$가 닫힌 구간 $[0, 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오. [4점]

25. $0<x<2\pi$일 때, 방정식 $\cos^2x-\sin x=1$의 모든 실근의 합은 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

#57 2018년 6월 모의고사

10. 닫힌 구간 $[-1, 3]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x+5$의 최솟값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+a}{x-3} & (x \neq 3) \\ b & (x=3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 이차방정식 $x^2-14x+24=0$의 두 근이 a_3, a_8이다. $\sum_{n=3}^{8} a_n$의 값은? [4점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

16. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x \leq -2) \\ 2x & (x > -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-12t+k \quad (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때, k의 값은? [4점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

20. 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1 \quad (k>0\text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2}-\frac{a_6}{a_4}=\frac{1}{4}$$

일 때, $a_5=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$$b_1=a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} b_{n-1}+a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1}-a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10}=a_{10}$일 때, $\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
(나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오. [4점]

2. $\sin\frac{7\pi}{3}$의 값은? [2점]

① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 부등식

$$2\log_2|x-1| \le 1-\log_2\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

#58 2018년 9월 모의고사

8. 함수 $f(x)=\int_1^x (t-2)(t-3)\,dt$에 대하여 $f'(4)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n+b_n=10$을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=160$일 때, $\sum_{k=1}^{10}b_k$의 값은? [3점]

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

12. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=2$
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=3$

$f(2)$의 값은? [3점]

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

13. 두 실수 a, b가

$$ab=\log_3 5, \quad b-a=\log_2 5$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$의 값은? [3점]

① $\log_5 2$ ② $\log_3 2$ ③ $\log_3 5$ ④ $\log_2 3$ ⑤ $\log_2 5$

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때, $f(x)+g(x)=x^2+4$

$x>0$일 때, $f(x)-g(x)=x^2+2x+8$

이다. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이고 $\lim_{x\to 0-} g(x)-\lim_{x\to 0+} g(x)=6$일 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

19. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1=a_2=1$, $b_1=k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=(a_{n+1})^2-(a_n)^2, \quad b_{n+1}=a_n-b_n+n$$

을 만족시킨다. $b_{20}=14$일 때, k의 값은? [4점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

20. 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-x+t$의 교점의 개수를 $g(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=x^3$이면 함수 $g(t)$는 상수함수이다.
ㄴ. 삼차함수 $f(x)$에 대하여, $g(1)=2$이면 $g(t)=3$인 t가 존재한다.
ㄷ. 함수 $g(t)$가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$의 극값은 존재하지 않는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

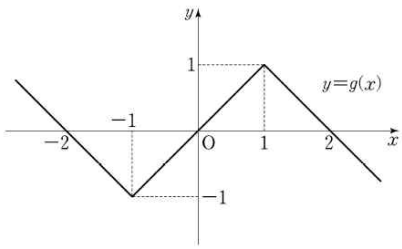
21. 실수 a, b, c와 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ bx & (-1\le x<1) \\ x+c & (x\ge 1) \end{cases},$$

$$g(x)=|x+1|-|x-1|-x$$

에 대하여, 합성함수 $g\circ f$는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$의 값은? [4점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2



25. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_2 + a_4 = 24$$

를 만족시킬 때, a_5의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = 6x^2 - 12x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. 두 삼차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$가 $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $f'(0) = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

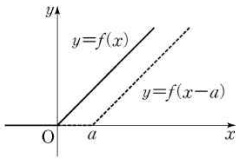
30. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

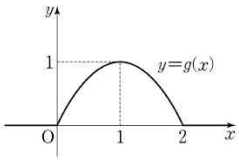
$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \le 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \le 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 k, a, b $(a < b < 2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0 \le h(x) \le g(x)$일 때, $\int_0^2 \{g(x) - h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b에 대하여 $60(k+a+b)$의 값을 구하시오. [4점]





5. 곡선 $y = 2^x + 5$의 점근선과 곡선 $y = \log_3 x + 3$의 교점의 x좌표는? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

6. $0 \le x \le \pi$일 때, 방정식

$$1 + \sqrt{2}\sin 2x = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

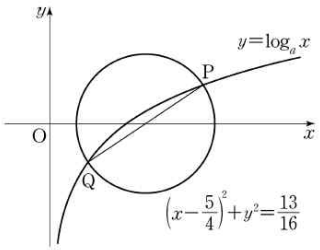
① π ② $\frac{5\pi}{4}$ ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{4}$ ⑤ 2π

7. $0<a<1$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)=a^x$은 닫힌 구간 $[-2,\ 1]$에서 최솟값 $\frac{5}{6}$, 최댓값 M을 갖는다. $a\times M$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

16. $a>1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 원 $C:\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+y^2=\frac{13}{16}$의 두 교점을 P, Q라 하자. 선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



#59 2018년

13. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-1 & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \\ a_n+n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_7의 값은? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

14. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_5+a_{13}=3a_9,\quad \sum_{k=1}^{18}a_k=\frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13}의 값은? [4점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

16. 1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여

$$\log_{\sqrt{3}}a=\log_9 ab$$

가 성립할 때, $\log_a b$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
(나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$에서 $f'(x)<0$이다.

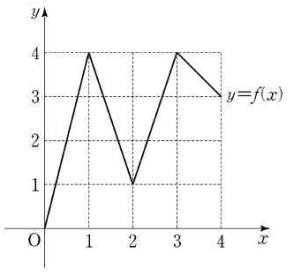
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린 구간 $(0, 2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
ㄷ. $f(0)=0$이면, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq -\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프는 점 $(0, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X=\{a, b\}$의 개수는? (단, $0\leq a<b\leq 4$) [4점]

X에서 X로의 함수 $g(x)=f(f(x))$가 존재하고 $g(a)=f(a)$, $g(b)=f(b)$를 만족시킨다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

25. 함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y=-2x^2+3x$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=28,\ \sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+1)=16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k)^2$의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le a)\\ (x-1)^2(2x+1) & (x>a)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}0 & (x\le k)\\ 12(x-k) & (x>k)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\frac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5. 닫힌 구간 $[1,3]$에서 함수 $f(x)=1+\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$의 최댓값은? [3점]

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

7. $0\le x<2\pi$일 때, 방정식

$$\cos^2x=\sin^2x-\sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

#60 2019년 6월 모의고사

6. 함수 $f(x)=x^3-ax+6$이 $x=1$에서 극소일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

13. 좌표평면 위의 두 점 $(1,\log_2 5)$, $(2,\log_2 10)$을 지나는 직선의 기울기는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3=4(a_2-a_1),\ \sum_{k=1}^{6}a_k=15$$

일 때, $a_1+a_3+a_5$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3+at^2+bt\ \ (a,\ b\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꾸고,
시각 $t=2$에서 점 P의 가속도는 0이다. $a+b$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

17. 함수 $f(x)=ax^2+b$가 모든 실수 x에 대하여

$$4f(x)=\{f'(x)\}^2+x^2+4$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

21. 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)>-1$
(나) $f(1)-f(-1)>8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\geq 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_5=5,\quad a_{15}=25$$

일 때, a_{20}의 값을 구하시오. [3점]

28. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $\dfrac{x}{f(x)}$는 $x=1$, $x=2$에서 불연속이다.
(나) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=4$

$f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<1) \\ cx^2+\dfrac{5}{2}x & (x\geq 1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x좌표가 각각 -1, 1, 2일 때, $2a+4b-10c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

30. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}f(k)=f(n)f(n+1)$이다.
(나) $n=3$, 4일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128\times f\left(\dfrac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

14. 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=-\log_2(8-x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2$가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은? (단, $0<k<8$) [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

#61 2019년 9월 모의고사

11. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n a_{n+1} = 2n$$

이고 $a_3 = 1$일 때, $a_2 + a_5$의 값은? [3점]

① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{19}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{25}{3}$

13. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = -15,\ |a_3| - a_4 = 0$$

일 때, a_7의 값은? [3점]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 - 5t^2 + at + 5$$

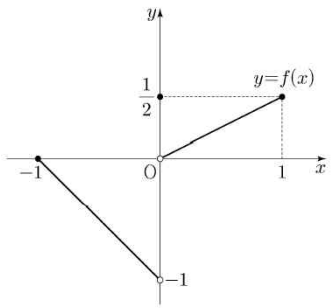
이다. 점 P가 움직이는 방향이 바뀌지 않도록 하는 자연수 a의 최솟값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 방정식 $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k의 최댓값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18. 닫힌 구간 $[-1, 1]$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



닫힌 구간 $[-1, 1]$에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가

$$g(x) = f(x) + |f(x)|,\ h(x) = f(x) + f(-x)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \to 0} g(x) = 0$

ㄴ. 함수 $|h(x)|$는 $x = 0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)|h(x)|$는 $x = 0$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 사차함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$에 대하여 $x \geq 0$에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 < x < 1$에서 $g(x) = c_1$ (c_1은 상수)

(나) $1 < x < 5$에서 $g(x)$는 감소한다.

(다) $x > 5$에서 $g(x) = c_2$ (c_2는 상수)

$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

25. 양수 a에 대하여 $a^{\frac{1}{2}}=8$일 때, $\log_2 a$의 값을 구하시오. [3점]

26. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_4-S_3=2,\ S_6-S_5=50$$

일 때, a_5의 값을 구하시오. [4점]

28. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

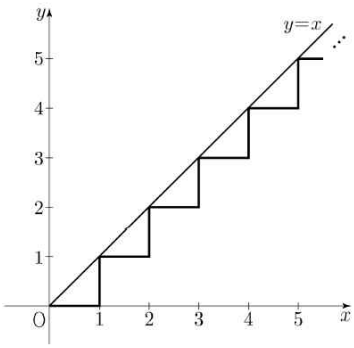
$$v_1(t)=3t^2+t,\ v_2(t)=2t^2+3t$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 a라 할 때, $9a$의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

> (i) A_0은 원점이다.
>
> (ii) n이 자연수일 때, A_n은 점 A_{n-1}에서 점 P가 경로를 따라 $\frac{2n-1}{25}$만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 점 A_2와 A_6의 좌표는 각각 $\left(\frac{4}{25},\ 0\right)$, $\left(1,\ \frac{11}{25}\right)$이다. 자연수 n에 대하여 점 A_n 중 직선 $y=x$ 위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x좌표를 a라 하자. a의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f\circ f)(x)=x$$

의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다.

$$f'(1)<0,\ f'(2)<0,\ f'(0)-f'(1)=6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1<a<2<b$) [4점]

7. 함수 $f(x) = -2^{4-3x}+k$의 그래프가 제 2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k의 최댓값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

14. 실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\cos^2\left(x-\frac{3}{4}\pi\right)-\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m이다. $k+m$의 값은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

23. 방정식

$$2\log_4(5x+1)=1$$

의 실근을 α라 할 때, $\log_5\frac{1}{\alpha}$의 값을 구하시오. [3점]

#62 2019년

5. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{10}-a_7=6$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

9. 함수 $f(x)=x^3-3x+a$의 극댓값이 7일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2-3a_n} & (n\text{이 홀수인 경우})\\ 1+a_n & (n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40}a_n$의 값은? [3점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

14. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 2 이상의 자연수 n에 대하여 $5\log_n 2$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

17. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(x-3) + 4$이다.
(나) $\int_0^6 f(x)dx = 0$

함수 $y = f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x) = x(x+3)$이다.
(나) $g(0) = 1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

24. 첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_3}{S_6 - S_2} = 3$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

25. $\int_1^4 (x + |x-3|)dx$의 값을 구하시오. [3점]

27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k \quad (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n + b_n) = 27$
(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n + \lvert b_n \rvert) = 67$
(다) $\sum_{n=1}^{5}(\lvert a_n \rvert + \lvert b_n \rvert) = 81$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
(나) 점 $(2, 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$이다. $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

5. 함수 $y=2^x+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. $0 \leq \theta < 2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$$

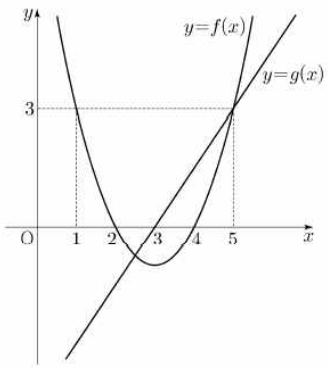
이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$이다. $3\alpha + \beta$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{6}\pi$ ② π ③ $\frac{7}{6}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

14. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]



① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

#63 2020년 6월 모의고사

8. $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$일 때, $\log_5 12$를 a, b로 옳게 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{1}{a}+b$ ② $\frac{2}{a}+b$ ③ $\frac{1}{a}+2b$
④ $a+\frac{1}{b}$ ⑤ $2a+\frac{1}{b}$

9. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+(-1)^n \times a_n = 2^n$$

을 만족시킨다. a_5의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

13. 자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

15. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-2x+3 & (x<0)\\ -2x+2 & (x\ge 0)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}2x & (x<a)\\ 2x-1 & (x\ge a)\end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & (x<0)\\ f(x) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

> $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

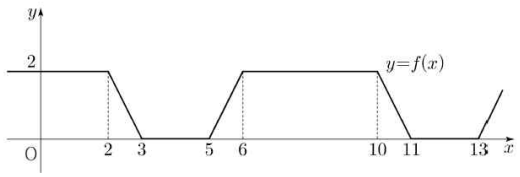
> (가) $f(x)=\begin{cases} 2 & (0\le x<2) \\ -2x+6 & (2\le x<3) \\ 0 & (3\le x\le 4) \end{cases}$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $f(-x)=f(x)$이고 $f(x)=f(x-8)$이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} \frac{|x|}{x}+n & (x\ne 0) \\ n & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f\circ g)(x)$가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



24. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=2,\ \frac{a_5}{a_3}=9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{4}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-5t^2+6t$$

이다. $t=3$에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

27. 두 함수

$$f(x)=x^3+3x^2-k,\ g(x)=2x^2+3x-10$$

에 대하여 부등식

$$f(x)\ge 3g(x)$$

가 닫힌 구간 $[-1,4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $4<a_2+a_3\le 12$
>
> (나) $\sum_{k=1}^{m}a_k=122$

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x\ge 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

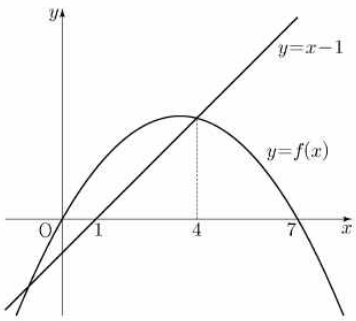
> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t\,|\,t=-1$ 또는 $t\ge 3\}$이다.

$(g\circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

24. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-1$이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x)+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\le 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. (단, $f(0)=f(7)=0$, $f(4)=3$) [3점]



30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x\ge 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t\ge 3\}$이다.

$(g\circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

#64 2020년 9월 모의고사

7. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=a_3+8,\quad 2a_4-3a_6=3$$

일 때, $a_k<0$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

12. $\sum_{k=1}^{9}(k+1)^2-\sum_{k=1}^{10}(k-1)^2$의 값은? [3점]

① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

15. 함수 $f(x)=x^2-2x$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=-f(x-1)-1$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=1,\quad \lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}=2$$

를 만족시킨다. $f(1)\le 12$일 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

17. 함수 $f(x)=x^3-3ax^2+3(a^2-1)x$의 극댓값이 4이고 $f(-2)>0$일 때, $f(-1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 함수 $f(x)=x^3+x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $h(x)$가 $h(x)=(x-1)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극값 0을 가지면 $\int_0^1 g(x)dx=-1$이다.

ㄷ. $f(0)=0$이면 방정식 $g(x)=0$은 열린 구간 $(0,1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이고

$$\lim_{x\to2-}f(x)=a+2,\quad \lim_{x\to2+}f(x)=3a-2$$

를 만족시킬 때, $a+f(2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=3n-1$$

을 만족시킨다. $a_3=4$일 때, a_1+a_5의 값을 구하시오. [3점]

26. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y=x^3-3x^2+2x-3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]

(가) $3^a=5^b=k^c$
(나) $\log c=\log(2ab)-\log(2a+b)$

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

#65 2020년

12. 함수 $f(x)=-x^4+8a^2x^2-1$이 $x=b$와 $x=2-2b$에서 극대일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 $a>0$, $b>1$인 상수이다.) [3점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

14. 상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)g(x)}{x^3}=2$
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

15. 첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4}S_k$의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

17. 자연수 n의 양의 약수의 개수를 $f(n)$이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_9라 하자.

$\sum_{k=1}^{9}\left\{(-1)^{f(a_k)}\times\log a_k\right\}$의 값은? [4점]

① $\log 2+\log 3$ ② $2\log 2+\log 3$
③ $\log 2+2\log 3$ ④ $2\log 2+2\log 3$
⑤ $3\log 2+2\log 3$

20. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x\le 0) \\ x-1 & (0<x\le 2) \\ 2x-3 & (x>2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$이다.
ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$이다.
ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$는 $x^2(x-2)^2$으로 나누어떨어진다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_n-1$
(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$일 때, $\sum_{n=1}^{63}a_n$의 값은? [4점]

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

23. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\frac{a_3}{a_1}+\frac{a_6}{a_3}$의 값을 구하시오. [3점]

25. 자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x(4-x),\quad g(x)=|x-1|-1$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $4S$의 값을 구하시오. [4점]

27. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=t^3-2t^2+3t,\quad x_2=t^2+12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\int_1^x f(t)\,dt=\frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\}$이다.
(나) $\int_0^2 f(x)\,dx=5\int_{-1}^1 xf(x)\,dx$

$f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

7. $0<x<2\pi$일 때, 방정식 $4\cos^2 x-1=0$과 부등식 $\sin x\cos x<0$을 동시에 만족시키는 모든 x의 값의 합은? [3점]

① 2π ② $\frac{7}{3}\pi$ ③ $\frac{8}{3}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

15. 지수함수 $y=a^x\,(a>1)$의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$이 만나는 점을 A라 하자. 점 B$(4,0)$에 대하여 직선 OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

#66 2021년 6월

1. $\sqrt[3]{8}\times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x)=x^3+7x+1$에 대하여 $f'(0)$의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_3=20$일 때, a_2의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

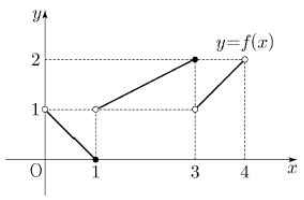
4. $\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-6x}{x-2}$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B=\frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

7. 열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1+}f(x)-\lim_{x\to 3-}f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 닫힌구간 $[-1, 3]$에서 함수 $f(x)=2^{|x|}$의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

10. 함수 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx+1$이 $x=3$에서 극대일 때, 상수 m의 값은? [3점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

11. 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 2)$, $(4, \log_2 a)$를 지나는 직선이 원점을 지날 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 곡선 $y=x^3-2x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

14. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1}=2a_n+1 \\ a_{3n}=-a_n+2 \\ a_{3n+1}=a_n+1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11}+a_{12}+a_{13}$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = -4t + 5$$

이다. 시각 $t=3$에서 점 P의 위치가 11일 때, 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

17. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 방정식 $2x^3 + 6x^2 + a = 0$이 $-2 \leq x \leq 2$에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

21. 두 곡선 $y = 2^x$과 $y = -2x^2 + 2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 함수 $f(x) = 5\sin x + 1$의 최댓값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$가

$$f'(x) = x^3 + x, \quad f(0) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y = x^3 - 6x^2 + 6$ 위의 점 $(1, 1)$에서의 접선이 점 $(0, a)$를 지날 때, a의 값을 구하시오. [3점]

25. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=1,\quad \frac{S_6}{S_3}=2a_4-7$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(2)$의 값과 같게 되도록 하는 양수 a의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{4k-3}{a_k}=2n^2+7n$$

을 만족시킨다. $a_5\times a_7\times a_9=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x\le 0) \\ g(x) & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다.
(나) 닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

#67 2021년 9월

1. $\sqrt[3]{2}\times 2^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x)=x^3-2x-7$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

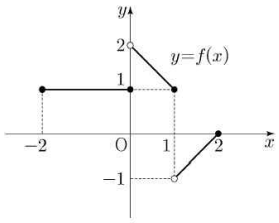
3. $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)+\tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

4. $\lim_{x\to -1}\frac{x^2+9x+8}{x+1}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0+} f(x) + \lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 a_7 = 64, \quad a_8 > 0$$

일 때, a_2의 값은? [3점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

9. $\overline{AB}=8$이고 $\angle A=45°$, $\angle B=15°$인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{6}$ ② $\frac{7\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

10. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3+ax+b & (x<1) \\ bx+4 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$(n^2+6n+5)x^2-(n+5)x-1=0$$

의 두 근의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{a_k}$의 값은? [3점]

① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

13. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

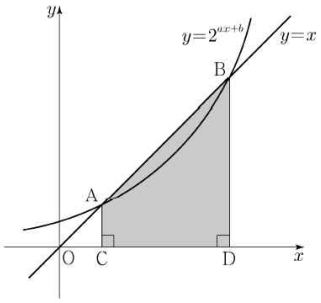
$$v(t)=t^2-at \quad (a>0)$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리가 $\frac{9}{2}$이다. 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 곡선 $y=2^{ax+b}$과 직선 $y=x$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=6\sqrt{2}$이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

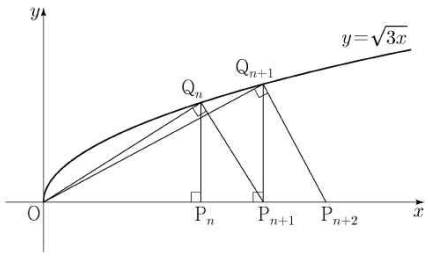
① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



16. 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n이 있다.

- 선분 OP_n과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n과 선분 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(1, 0)$일 때, 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n, 0)$이라 하자.
$\overline{\mathrm{OP}_{n+1}}=\overline{\mathrm{OP}_n}+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$이므로

$$a_{n+1}=a_n+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이다. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$과 삼각형 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 닮음이므로

$$\overline{\mathrm{OP}_n} : \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n} = \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n} : \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$이므로

$$\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\boxed{(가)}$$

이다. 따라서 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n은

$$A_n=\frac{1}{2}\times\left(\boxed{(나)}\right)\times\sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은? [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

17. $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = 2\log_2 x$, $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$ 인 삼각형 ABC의 넓이를 $S(x)$라 하자. $S(x)$가 $x=a$에서 최댓값 M을 가질 때, $a+M$의 값은? (단, $1<x<16$) [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18. 최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)| \le 4x^2+5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \ge g(x)$
(나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$
(다) $f(x)g(x)=(x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

21. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

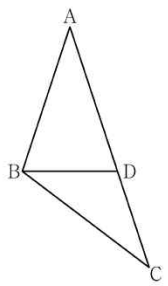
23. 함수 $f(x)$가

$$f'(x) = -x^3+3, \quad f(2)=10$$

을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_5 40 + \log_5 \frac{5}{8}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=10$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{AB}=\overline{AD}$가 되도록 잡는다. $\overline{BD}=\sqrt{15}$일 때, 선분 BC의 길이를 k라 하자. k^2의 값을 구하시오. [3점]



26. 방정식 $x^3-x^2-8x+k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, 양수 k의 값을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x)=-x^2-4x+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 닫힌구간 $[0,1]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오. [4점]

#68 2021년

1. $3^0\times 8^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 첫째항이 $\frac{1}{8}$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\frac{a_3}{a_2}=2$일 때, a_5의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x-2}$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $f(x)=4\cos x+3$의 최댓값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 함수 $f(x)=x^4+3x-2$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 35 ② 37 ③ 39 ④ 41 ⑤ 43

7. 부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{21-4x}$을 만족시키는 자연수 x의 개수는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 곡선 $y=x^3-3x^2+2x+2$ 위의 점 A(0, 2)에서의 접선과 수직이고 점 A를 지나는 직선의 x절편은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5} a_k = 8, \quad \sum_{k=1}^{5} b_k = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5}(2a_k - b_k + 4)$의 값은? [3점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

12. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k - a_{k+1}) = -n^2+n$$

을 만족시킨다. a_{11}의 값은? [3점]

① 88 ② 91 ③ 94 ④ 97 ⑤ 100

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=2t-6$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$에서 $t=k(k>3)$까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. $0 \leq x < 4\pi$일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

17. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+g(x)}{x}=3, \quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x)+3}{xg(x)}=2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여 $h'(0)$의 값은? [4점]

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

18. $\frac{1}{4}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{AB}<\overline{CD}$이면 $\frac{1}{2}<a<1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 실수 $a(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

21. 수열 $\{a_n\}$은 $0<a_1<1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_2\times a_n+1$
(나) $a_{2n+1}=a_2\times a_n-2$

$a_7=2$일 때, a_{25}의 값은? [4점]

① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

23. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+4x+5$이고 $f(0)=4$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_3 72-\log_3 8$의 값을 구하시오. [3점]

25. 곡선 $y=4x^3-12x+7$과 직선 $y=k$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

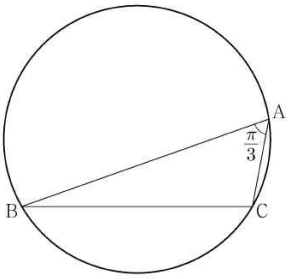
26. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -3x+a & (x\le 1) \\ \dfrac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x>1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [4점]

27. 곡선 $y=x^2-7x+10$과 직선 $y=-x+10$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

28. $\angle A=\frac{\pi}{3}$이고 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:1$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이를 k라 하자. k^2의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} |f(x)-g(x)| & (x<1) \\ f(x)+g(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

1. $\sqrt[3]{9}\times 3^{\frac{1}{3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② $3^{\frac{1}{2}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{3}{2}}$ ⑤ 9