1. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=(1-x)f(x)$위의 두 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 2)$ 에서의 접선을 각각 l_1과 l_2라 하면, 두 직선 l_1과 l_2는 서로 일치한다. $f(1)+f(3)$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

2. 양의 상수 a와 어떤 다항함수 $f(x)$에 대하여 모든 실수의 구간에서 연속인 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)-5}{x^2-a^2} & (|x|<a \text{ 또는 } x>a) \\ 4 & (x=a) \\ 2 & (x\le -a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2}=1$
(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\dfrac{7}{8}$이다.

일 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

3. $$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+a}{(x-a)(x-b)}=c$$

가 성립하도록 하는 100이하의 음이 아닌 세 정수 $a,\ b,\ c$의 순서쌍 (a,b,c)의 개수를 구하시오.

4. 함수 $y=\log_a x+m\,(0<a<1)$의 그래프와 그 역함수의 그래프가 세 점에서 만나고 이 세 점의 x좌표가 각각 $1,\ k,\ 9$일 때, $a^4\times m$의 값을 구하시오. (단, $1<k<9$이고, $a,\ m$은 상수이다.)

5. 정의역이 $\{x \mid 1 < x \le 2^{64}\}$인 함수 $f(x) = (x\sqrt[4]{x})^{\frac{3}{5}}$이 있다. 1보다 큰 자연수 a에 대하여 $(f \circ f)(a)$의 값이 자연수 일 때, $(f \circ f)(a)$의 최솟값을 m, $(f \circ f)(a)$의 최댓값을 M이라 하자. $\frac{M}{m}$의 값은?

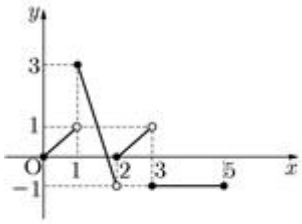
① 2^9 ② 2^{18}
③ 2^{27} ④ 2^{36}
⑤ 2^{45}

6. 집합 $\{x \mid (x^2+1)(1+\sin\alpha) - 2x(1+\cos\alpha) = 0\}$의 원소의 개수가 1이 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 α의 값의 합은? (단, $0 \le \alpha \le 2\pi$)

① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π
④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

7. 함수 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{1-\sin^2 x} + k$의 최솟값은 $\frac{19}{8}$이고, 최댓값은 M이다. $k+M$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

8. 닫힌구간 $[0, 5]$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to\infty}\sum_{k=1}^{3} x\left(f\left(k+\frac{1}{x}\right) - f(k)\right)$의 값은?

① -4 ② -3
③ -2 ④ -1
⑤ 0

9. 2이상의 자연수 k에 대하여 두 함수 $y=\sin x$, $y=\sin kx$의 그래프의 교점의 개수를 $f(k)$, 두 함수 $y=\sin x$, $y=\cos kx$의 그래프의 교점의 개수를 $g(k)$라 하자. $f(k)+g(k)=35$일 때, 자연수 k의 값은? (단, $0 \le x \le 2\pi$)

① 7 ② 8
③ 9 ④ 10
⑤ 11

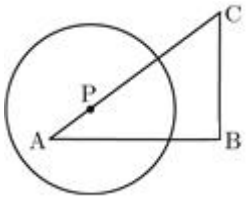
10. 좌표평면에서 실수 k에 대하여 원 $x^2+y^2-4x+2y+4=0$와 직선 $4x+3y=k$가 만나는 점의 개수를 $f(k)$라 할 때, 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) 함수 $f(x)g(x)$의 불연속인 점의 개수가 1이다.

$g(5)$의 최댓값은?

① 5 ② 10
③ 15 ④ 20
⑤ 25

11. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=3$, $\angle B=90^\circ$인 삼각형 ABC가 있다. 점 P가 점 A에서 출발하여 점 C로 이동한다. 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 O가 있다. 점 P가 움직인 거리를 x $(0<x<5)$라 할 때, 원 O가 삼각형 ABC와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 불연속이 되는 모든 실수 a의 값의 합을 α, 불연속이 되는 a의 개수를 n이라 할 때, $3n\alpha$의 값은?



① 114 ② 118
③ 122 ④ 126
⑤ 130

12. 두 상수 α, β에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 임의의 실수 x에 대하여 $f(\alpha+x)+f(\alpha-x)=2\beta$
(나) $f'(\alpha)<0$
(다) $t>\alpha$ $(t\neq\alpha+2)$인 모든 실수 t에 대하여 점 $(t, g(t))$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수가 1이다.
(라) 점 $(\alpha+2, g(\alpha+2))$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수가 2이다.

$g(\alpha)=g(\alpha+2)$일 때, $f(\alpha+3)-g(\alpha+3)$의 값은?

① 25 ② 26
③ 27 ④ 28
⑤ 29

13. 좌표평면에서 실수 t에 대하여 함수 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+12 & (x<t)\\ \frac{1}{4}(x-3)^2 & (x\geq t)\end{cases}$의 그래프가 직선 $y=tx$와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $h(t)$에 대하여 함수 $h(t)g(t)$가 모든 실수 t에서 연속일 때, $h(3)$의 값은?

① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

14. 함수 $f(x)=\begin{cases}-x^2-x+1 & (x<0)\\ |x-k| & (x\geq 0)\end{cases}$와 실수 k에 대하여 최고차항의 계수가 1인 두 다항함수 $g(x)$, $g_k(x)$와 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 함수 $g_k(x)$는 조건 (가)를 만족시키는 함수 $g(x)$ 중 최고차항의 차수가 가장 작은 함수이다.
(다) $h(k)=g_k(2)$

함수 $h(k)$가 불연속이 되는 점의 개수를 a라 할 때, $a+h(3)$의 값은?

① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

15. 0이 아닌 세 실수 a, b, c에 대하여 두 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $g(x)=cx^3+bx^2+ax+1$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g\left(\frac{1}{3}\right)=0$
(나) $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{1}{11}$

$\lim_{x\to\frac{3}{2}}\frac{f(x)}{g(x)}$의 값을 구하시오.

16. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)=4x^3-16x^2+12x$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$이 서로 다른 세 실근 α, β, γ를 갖고, 함수 $g(x)=|f(x)|$가 다음 조건을 만족시킨다. (단, $\alpha<\beta<\gamma$이다.)

(가) 함수 $g(x)$는 $x=\alpha, \beta, \gamma$에서 0이 아닌 극값을 갖는다.
(나) 세 점 $A(\alpha, g(\alpha))$, $B(\beta, g(\beta))$, $C(\gamma, g(\gamma))$는 한 직선 위에 있다.

$g(2)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

17. 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3-ax^2+2bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

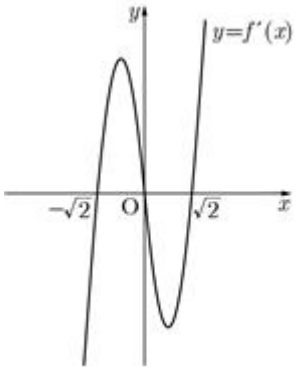
(가) $f(2)<8$
(나) $f(1)-f(-1)>26$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>
ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-2<x<0$일 때, $f'(x)>0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 값의 합은 $\frac{4}{3}a$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같고 $f'(-\sqrt{2})=f'(0)=f'(\sqrt{2})=0$이다. $f(0)=1$, $f(1)=-5$일 때, x에 대한 방정식 $|f(x)|=k$가 서로 다른 6개의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는?



① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

19. 양수 a와 0이 아닌 상수 b에 대하여 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to a} \frac{1}{x-a} \int_0^x f(t)dt = b$$

를 만족시킨다. 열린구간 $(0, a)$에서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(a)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 임의의 양수 a에 대하여 $g(a) \geq 1$이다.

ㄴ. $b<0$이면 $f'(a) \leq 0$이다.

ㄷ. $f'(0)=0$, $b>0$일 때, $0<x<a$에서 함수 $y=\int_0^x f(t)dt$가 극댓값을 가지면 $g(a)=2$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 최고차항의 계수가 -1이고 $f(0)=0$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^t f(x)dx$의 값이 최대가 되는 양수 t의 값을 k라 하자. $0<a<b<k$인 상수 a, b에 대하여

$$\int_0^a f(x)dx = \int_b^k f(x)dx = \frac{5}{3}$$ 이고

$f(a)=b$일 때, $a+b+k$의 값은?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

21. 양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $f(x)=\int_1^2 |t^2-x^2|dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=\frac{3}{2}$에서 최솟값을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $f(x)=2$는 두 개의 서로 다른 실근을 갖는다.

ㄷ. 함수 $f(x)$는 양의 실수 전체에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 t에 대하여 $t \le x \le t+1$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자.

$$\int_{-1}^{1} g(t)dt - \int_{-1}^{1} |f(x)|dx = n - \int_{-1}^{0} |f(x)|dx$$

가 성립할 때, 자연수 n의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

23. 두 함수 $y=\log_4 x^2 (x<0)$, $y=\log_2 \frac{1}{m+x}$ $(m>2)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 두 점 P, Q가 중심이 $(-3, 0)$인 원 위에 있다. 두 점 P, Q의 x좌표의 곱을 a라 할 때, 두 상수 m, a에 대하여 $m+a$의 값은?

① -7 ② -3
③ 0 ④ 3
⑤ 7

24. 자연수 k에 대하여 집합 A_k를 $A_k = \left\{ \sin \frac{m}{k}\pi \,|\, m\text{은 자연수} \right\}$라 할 때, $n(A_k)=25$를 만족시키는 모든 k의 값의 합은?

① 45 ② 47
③ 49 ④ 51
⑤ 53