

수학 영역

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호								3				
------	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

1

1. $(2 \times 2^{\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x - 4} + 7x}{3x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 + a_3 + a_4 = 112, a_3 + a_4 + a_5 = 56$ 을 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 128 ② 120 ③ 112 ④ 104 ⑤ 96

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = (x-1)^2 f(x)$ 라 하자. $f(2) = 1, f'(2) = 3$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{169}{60}$ 일 때, $\sin\theta \times \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{13}$ ② $\frac{56}{169}$ ③ $\frac{60}{169}$ ④ $\frac{64}{169}$ ⑤ $\frac{68}{169}$

6. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 - 9x + 10$ 는 $x = -1$ 에서 극대이고, $x = b$ 에서 극소이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n = n^2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{40} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 직선 $y = ax + b$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 곡선 $y = (x - k)^2 + 2k$ 에 접할 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

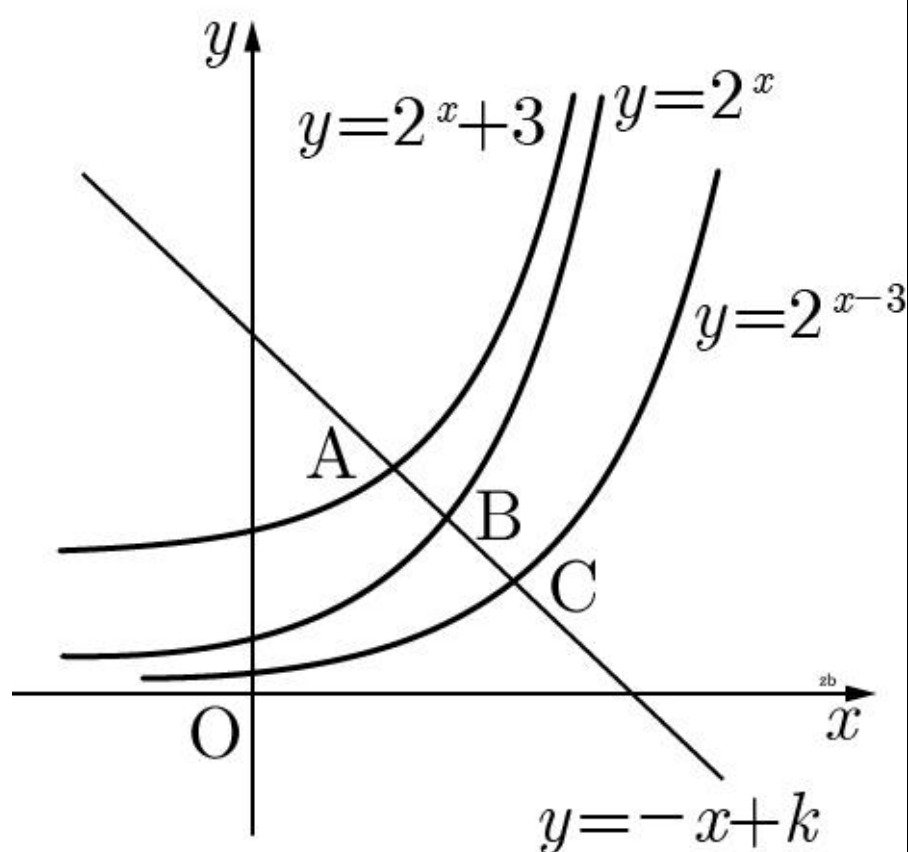
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

10. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 가속도가 $a(t) = t^2 - 6t + 8$ ($t \geq 0$)이다. 시각 $t = 0$ 에서의 속도가 k 일 때, 시각 $t = 1$ 에서 시각 $t = 5$ 까지 점 P 의 위치의 변화량과 점 P 가 움직인 거리가 같도록 하는 정수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

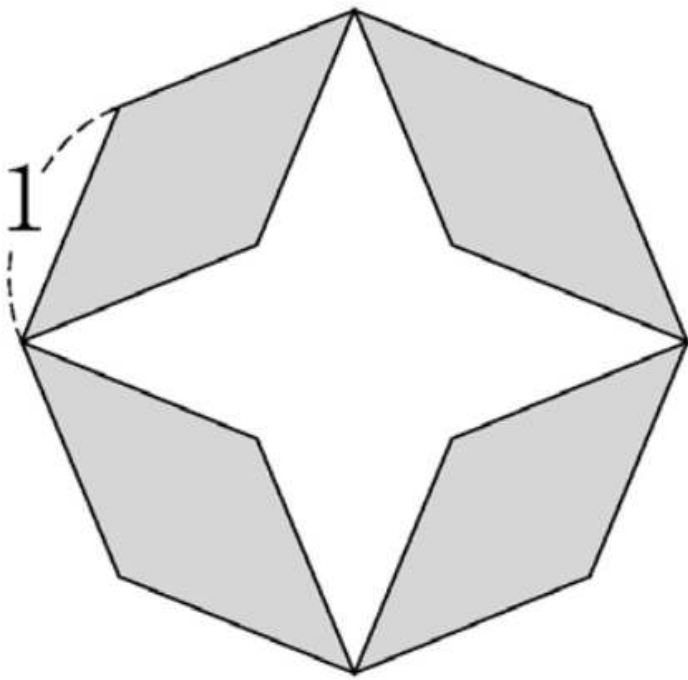
9. 그림과 같이 좌표평면에서 세 곡선 $y = 2^x + 3$, $y = 2^x$, $y = 2^{x-3}$ 이 직선 $y = -x + k$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, 실수 k 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

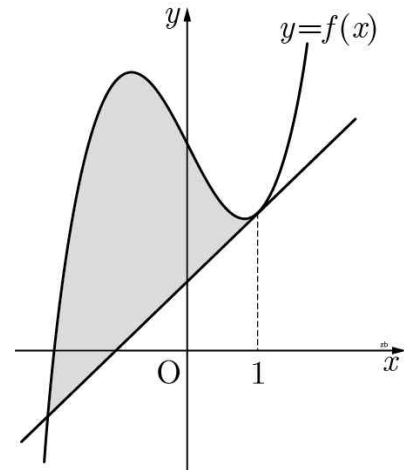


11. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정팔각형의 넓이를 A 라 하고, 정팔각형의 이웃한 두 변을 변으로 하는 4개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 그렸을 때, 이 평행사변형 4개를 색칠한 부분의 넓이를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$



12. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 3$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{29}{4}$

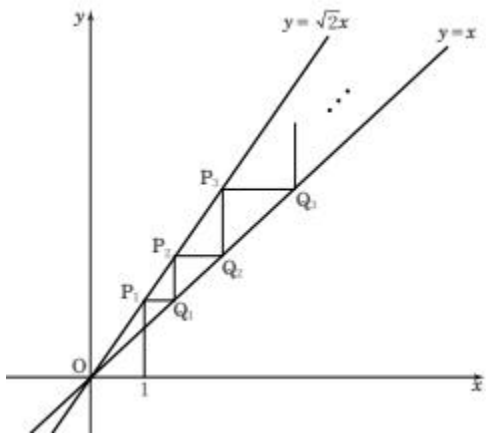
13. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n, Q_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) P_1 의 좌표는 $(1, \sqrt{2})$ 이다.

(나) 점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=x$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 하자.

(다) 점 Q_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선을 그어 직선 $y = \sqrt{2}x$ 와 만나는 점을 P_{n+1} 이라 하자.

$\overline{P_1Q_1} + \overline{Q_1P_2} + \overline{P_2Q_2} + \overline{Q_2P_3} + \dots + \overline{P_{10}Q_{10}}$ 의 값은? [4점]



- ① $31 - \sqrt{2}$ ② $31 + \sqrt{2}$ ③ 63
- ④ $63 - \sqrt{2}$ ⑤ $63 + \sqrt{2}$

14. 실수 k 에 대하여 함수 $f'(x) = 4x(x-3)(x-k)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

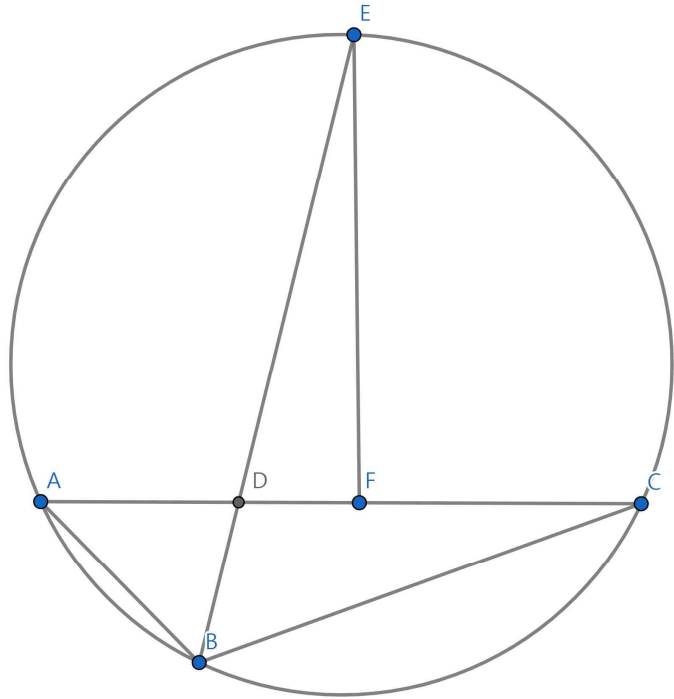
- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서만 극솟값을 갖는다.
- (나) 음이 아닌 모든 실수 t 에 대하여 $\int_0^t |f'(x)|dx = f(t)$ 가 성립한다.

<보기>

- ㄱ. $k=3$ 이다.
- ㄴ. 함수 $|f(x)-f(3)|$ 은 오직 $x=-1$ 에서만 미분가능하지 않다.
- ㄷ. 실수 k 에 대하여 함수 $||f(x)-f(3)|-t|$ 는 $x=k$ 에서 미분가능하지 않는 모든 실수 k 의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 치역은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=7$ 이고 $\overline{AC}>7$ 인 삼각형 ABC 가 원 O 에 내접한다. 선분 AC 를 1 : 3으로 내분하는 점을 D , 직선 BD 가 원 O 와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 E , 점 E 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 F 라 하자.



다음은 원 O 의 넓이가 $\frac{49}{3}\pi$ 일 때, 선분 EH 의 길이를 구하는 과정이다.

사인 법칙에 의해 $\sin(\angle CAB)=\frac{3}{8}$ 이고
 코사인 법칙에 의해 $\overline{AC}=8$ 이고
 AC 를 1 : 3으로 내분하는 점이 D 이므로 $\overline{AD}=2$ 이다.
 $\sin(\angle CAB)=\frac{3}{8}$ 가 이므로 $\overline{BD}=\sqrt{7}$
 삼각형 DAE 와 삼각형 DBC 는 닮은 삼각형이므로 삼각형 닮음 조건에 의해
 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{BD} \times \overline{DE}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{12}{\sqrt{7}}$
 삼각형 ABD 에서 사인법칙에 의해
 $\sin(\angle ADB) = \frac{3}{8}$ 이고 $\angle ADB = \angle EDF$ 이므로
 $\overline{EF} = \overline{ED} \times \sin(\angle EDF) = \frac{9}{4}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $\frac{p \times q}{r}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{21}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{21}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{21}}{12}$ ④ $\frac{\sqrt{21}}{24}$ ⑤ $\frac{\sqrt{48}}{8}$

16. 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\{a_5\}^2 - \{a_3\}^2 = 16$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = |x-3| + 3x$ 일 때, $f(5) - f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} ca_k = 80 + \sum_{k=1}^{10} c$ 이다.
 c 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (x < 2) \\ 2x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$ 에 대하여 함수

$f(x)\{f(x+a)-b\}$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능 할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. [4점]

19. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$ 와 실수 t 에 대하여 점 $(0, t)$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그을 수 있는 접선의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha, t = \beta$ 에서 불연속일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x) = |3^{3-x} - a|$ 라 할 때, 방정식 $f(x) = n$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때, $g(n) = 1$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 1이상이고 4이하가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 함수 $f(x) = \int_a^x (t^2 - 4t) dt$ 에 대하여
 $g(x) = \int_0^x |f'(t)| dt - f(x)$ 라 하자. 부등식 $|g(x)| < b$ 의 해가 $0 < x < 4$ 가 되도록 양수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b = \frac{q}{p}$ 이다.
 $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]