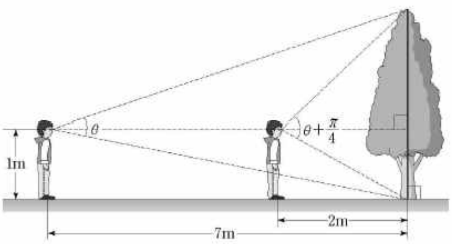
**29.** 눈높이가 1m인 어린이가 나무로부터 7m 떨어진 지점에서 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 $\theta$이었다. 나무로부터 2m 떨어진 지점까지 다가가서 나무를 바라보았더니 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 $\theta+\frac{\pi}{4}$가 되었다. 나무의 높이는 $a$(m) 또는 $b$(m)이다. $a+b$의 값은? [4점]

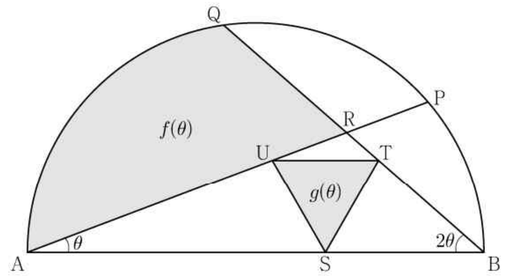



① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

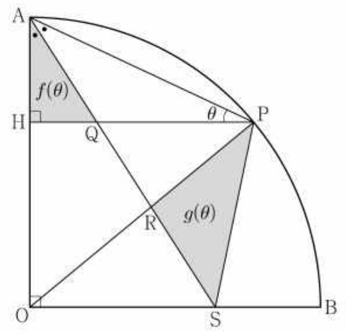
**29.** 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB=\theta$, $\angle QBA=2\theta$가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자.
선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,

$\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{\theta\times f(\theta)}=\frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$이고, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]



**29.** 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle$OAP를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle \mathrm{APH} = \theta$일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$일 때, $100k$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]




**30.** 좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + x$ 위의 두 점 A, B의 $x$좌표를 각각 $s, t\,(0 < s < t)$라 하자. 양수 $k$에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y = x^2 + x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $k$가 되도록 하는 점 $(s, t)$가 나타내는 곡선을 $C$라 하자. 곡선 $C$ 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$과의 거리가 최소인 점의 $x$좌표가 $\frac{2}{3}$일 때, $k = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**30.** 양수 $a$에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\frac{x^2-ax}{e^x}$$

이다. 실수 $t$에 대하여 $x$에 대한 방정식

$$f(x)=f'(t)(x-t)+f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자.

$g(5)+\lim_{t\to 5} g(t)=5$일 때, $\lim_{t\to k-} g(t) \neq \lim_{t\to k+} g(t)$를 만족시키는

모든 실수 $k$의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**30.** 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 $(1, g(1))$과 점 $(4, g(4))$는 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.
> (나) 점 $(0, k)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 $k$의 값의 범위는 $-1<k<0$이다.

$g(-2)\times g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

**21.** 2 이상의 자연수 $n$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=e^{x+1}\{x^2+(n-2)x-n+3\}+ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 $a$의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $1 \le g(n) \le 8$을 만족시키는 모든 $n$의 값의 합은? [4점]

① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

**30.** 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 $a\,(0<a<2\pi)$와 모든 실수 $x$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$

(나) $\displaystyle\int_x^{x+a} f(t)\,dt = \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

닫힌 구간 $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$에서 두 실수 $b$, $c$에 대하여 $f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$일 때 $abc=-\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**21.** 함수 $f(x)=kx^2e^{-x}\ (k>0)$과 실수 $t$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 $x$축까지의 거리와 $y$축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 $k$의 최댓값은? [4점]

① $\dfrac{1}{e}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$　③ $\dfrac{e}{2}$　④ $\sqrt{e}$　⑤ $e$

**30.** 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\left|2\sin(x+2|x|)+1\right|$$

에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$를 갖고, $h''(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$의 값을 구하시오. [4점]

**30.** 함수 $f(x)=\ln(e^x+1)+2e^x$에 대하여 이차함수 $g(x)$와 실수 $k$는 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| 함수 $h(x)=\lvert g(x)-f(x-k)\rvert$는 $x=k$에서 최솟값 $g(k)$를 갖고, 닫힌 구간 $[k-1,\ k+1]$에서 최댓값 $2e+\ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$를 갖는다. |

$g'\left(k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2}<e<3$이다.) [4점]

**21.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g'(x)\le\frac{1}{3}$이다. |
| (나) $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-g(x)}{(x-3)g(x)}=\frac{8}{9}$ |

$f(1)$의 값은? [4점]

① $-11$ ② $-9$ ③ $-7$ ④ $-5$ ⑤ $-3$

**21.** $0<t<41$인 실수 $t$에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 $x$좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t),\ t)$, $x$좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t),\ t)$라 하자. $h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은? [4점]

① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

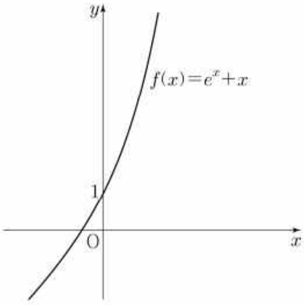
**21.** 함수 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$와 양의 실수 $t$에 대하여 기울기가 $t$인 직선이 곡선 $y=f(x)$에 접할 때 접점의 $x$좌표를 $g(t)$라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 기울기가 $a$일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $a\times g'(a)$의 값은? [4점]

① $-\frac{\sqrt{e}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{e}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{e}}{5}$
④ $-\frac{\sqrt{e}}{6}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{e}}{7}$

**29.** $t>2e$인 실수 $t$에 대하여 함수 $f(x)=t(\ln x)^2-x^2$이 $x=k$에서 극대일 때, 실수 $k$의 값을 $g(t)$라 하면 $g(t)$는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha)=e^2$인 실수 $\alpha$에 대하여 $\alpha\times\{g'(\alpha)\}^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**30.** $t>\frac{1}{2}\ln 2$인 실수 $t$에 대하여 곡선 $y=\ln\left(1+e^{2x}-e^{-2t}\right)$과 직선 $y=x+t$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2)=\frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**29.** 함수 $f(x)=e^x+x$가 있다. 양수 $t$에 대하여 점 $(t, 0)$과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$에서 최소일 때, 실수 $f(s)$의 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 역함수를 $h(t)$라 할 때, $h'(1)$의 값을 구하시오. [4점]




**30.** 양의 실수 $t$에 대하여 곡선 $y=t^3\ln(x-t)$가 곡선 $y=2e^{x-a}$과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 $a$의 값을 $f(t)$라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

**21.** 양수 $t$에 대하여 구간 $[1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\ln x & (1 \le x < e)\\ -t+\ln x & (x \ge e)\end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$ 중에서 직선 $y=g(x)$의 기울기의 최솟값을 $h(t)$라 하자.

> 1 이상의 모든 실수 $x$에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \ge 0$ 이다.

미분가능한 함수 $h(t)$에 대하여 양수 $a$가 $h(a)=\dfrac{1}{e+2}$을 만족시킨다. $h'\left(\dfrac{1}{2e}\right)\times h'(a)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{(e+1)^2}$ ② $\dfrac{1}{e(e+1)}$ ③ $\dfrac{1}{e^2}$
④ $\dfrac{1}{(e-1)(e+1)}$ ⑤ $\dfrac{1}{e(e-1)}$

**30.** 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x \le b$일 때, $f(x)=a(x-b)^2+c$이다. (단, $a$, $b$, $c$는 상수이다.)
> (나) 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)=\displaystyle\int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

$\displaystyle\int_0^6 f(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**21.** 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4}\le x<\frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 $t$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 $k$의 개수를 $g(t)$라 하자.

> (가) $-\frac{\pi}{2}<k<\frac{3\pi}{2}$
>
> (나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는 $x=k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=a$, $g(0)=b$, $g(-1)=c$라 할 때, $h(a+5)-h(b+3)+c$의 값은? [4점]

① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

**29.** 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\{f(x)+2\}e^{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(a)=6$인 $a$에 대하여 $g(x)$는 $x=a$에서 최댓값을 갖는다.
>
> (나) $g(x)$는 $x=b$, $x=b+6$에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근을 $\alpha$, $\beta$라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. (단, $a$, $b$는 실수이다.) [4점]

**30.** 최고차항의 계수가 $6\pi$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여
함수 $g(x)=\dfrac{1}{2+\sin(f(x))}$이 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소이고,
$\alpha \geq 0$인 모든 $\alpha$를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, $\alpha_4$, $\alpha_5$, $\cdots$라 할 때, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1=0$이고 $g(\alpha_1)=\dfrac{2}{5}$이다.

(나) $\dfrac{1}{g(\alpha_5)}=\dfrac{1}{g(\alpha_2)}+\dfrac{1}{2}$

$g'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=a\pi$라 할 때, $a^2$의 값을 구하시오.

(단, $0<f(0)<\dfrac{\pi}{2}$) [4점]

**30.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)=f(\sin^2 \pi x)$가
다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x<1$에서 함수 $g(x)$가 극대가 되는 $x$의 개수가 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.

(나) 함수 $g(x)$의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$이고 최솟값은 0이다.

$f(2)=a+b\sqrt{2}$일 때, $a^2+b^2$의 값을 구하시오. (단, $a$와 $b$는 유리수이다.) [4점]

**30.** 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와

함수 $g(x)=e^{\sin \pi x}-1$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)=g(f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극댓값 0을 갖는다. |
| (나) 열린구간 $(0,\ 3)$에서 방정식 $h(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 7이다. |

$f(3)=\dfrac{1}{2}$, $f'(3)=0$일 때, $f(2)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**29.** 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 1)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$\begin{cases} x=2\ln t \\ y=f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0,\ f(1))$로부터 움직인 거리가 $s$가 될 때 시각 $t$는 $t=\dfrac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $\left(1,\ \dfrac{3}{4}\right)$이다. 시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\dfrac{1}{2},\ a\right)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점]

**30.** 이차함수 $f(x)=\dfrac{3x-x^2}{2}$에 대하여 구간 $[0,\ \infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \le x < 1$일 때, $g(x)=f(x)$이다.
> (나) $n \le x < n+1$일 때,
> $g(x)=\dfrac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$
> 이다. (단, $n$은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k(k \ge 6)$에 대하여 함수 $h(x)$는

$$h(x)=\begin{cases} g(x) & (0 \le x < 5 \text{ 또는 } x \ge k) \\ 2x-g(x) & (5 \le x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=\displaystyle\int_0^n h(x)dx$라 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(2a_n-n^2\right)=\frac{241}{768}$이다. $k$의 값을 구하시오. [4점]

**21.** 0이 아닌 세 정수 $l,\ m,\ n$이

$$|l|+|m|+|n| \le 10$$

을 만족시킨다. $0 \le x \le \dfrac{3}{2}\pi$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $f(0)=0,\ f\left(\dfrac{3}{2}\pi\right)=1$이고

$$f'(x)=\begin{cases} l\cos x & \left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right) \\ m\cos x & \left(\dfrac{\pi}{2}<x<\pi\right) \\ n\cos x & \left(\pi<x<\dfrac{3}{2}\pi\right) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\displaystyle\int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(x)dx$의 값이 최대가 되도록 하는 $l,\ m,\ n$에 대하여 $l+2m+3n$의 값은? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

**30.** 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 $x$에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$이다.
> (나) 모든 정수 $n$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(4n,\ 8n)$, 점 $(4n+1,\ 8n+2)$, 점 $(4n+2,\ 8n+5)$, 점 $(4n+3,\ 8n+7)$을 모두 지난다.
> (다) 모든 정수 $k$에 대하여 닫힌 구간 $[2k,\ 2k+1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\displaystyle\int_3^6 f(x)dx=a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오. [4점]

**30.** $x>a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 $-1$인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. (단, $a$는 상수이다.)

> (가) $x>a$인 모든 실수 $x$에 대하여 $(x-a)f(x)=g(x)$이다.
> (나) 서로 다른 두 실수 $\alpha,\ \beta$에 대하여 함수 $f(x)$는 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 동일한 극댓값 $M$을 갖는다. (단, $M>0$)
> (다) 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 $x$의 개수는 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 $x$의 개수보다 많다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$일 때, $M$의 최솟값을 구하시오. [4점]

**30.** 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=2x^4e^{-x}$에 대하여 합성함수 $h(x)=(f \circ g)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 방정식 $h(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다. |
| (나) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극소이다. |
| (다) 방정식 $h(x)=8$의 서로 다른 실근의 개수는 6이다. |

$f'(5)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \to \infty} g(x)=0$) [4점]

**30.** 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$g(e^x)=\begin{cases} f(x) & (0 \le x < 1) \\ g(e^{x-1})+5 & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)\,dx=6e^2+4$이다.
$\int_1^e f(\ln x)\,dx=ae+b$일 때, $a^2+b^2$의 값을 구하시오.
(단, $a$, $b$는 정수이다.) [4점]

**21.** 닫힌 구간 $[0, 1]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가

$$\int_0^1 f(x)\,dx = 2\,,\ \int_0^1 |f(x)|\,dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)|\,dt \quad (0 \le x \le 1)$$

일 때, $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$의 값은? [4점]

① $4-\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$ ③ $5-\sqrt{2}$
④ $1+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+2\sqrt{2}$

**21.** 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은? [4점]

| |
|---|
| (가) 모든 실수 $x$에 대하여<br>$2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$이다. |
| (나) $f\left(-\frac{1}{8}\right)=1$, $f(6)=2$ |

① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

**21.** 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 $x$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$일 때, $f(2) - g(2)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{16}{3e^4}$　② $\dfrac{6}{e^4}$　③ $\dfrac{20}{3e^4}$　④ $\dfrac{22}{3e^4}$　⑤ $\dfrac{8}{e^4}$

**30.** 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$f'(x^2+x+1) = \pi f(1)\sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때, $f(7)$의 값을 구하시오. [4점]

**30.** 실수 $a$와 함수 $f(x)=\ln(x^4+1)-c$ ($c>0$인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 $x$축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 $a$의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_m$ ($m$은 자연수)이다.
$a=\alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 $k$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.
> (나) $\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)\,dx=k\alpha_m\int_0^1 |f(x)|\,dx$

$mk\times e^c$의 값을 구하시오. [4점]

**21.** 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}|\sin x|-\sin x & \left(-\dfrac{7}{2}\pi\le x<0\right)\\ \sin x-|\sin x| & \left(0\le x\le\dfrac{7}{2}\pi\right)\end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\dfrac{7}{2}\pi,\ \dfrac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 $x$에 대하여 $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt\ge 0$이 되도록 하는 실수 $a$의 최솟값을 $\alpha$, 최댓값을 $\beta$라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $-\dfrac{7}{2}\pi\le a\le\dfrac{7}{2}\pi$) [4점]

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② $\dfrac{3}{2}\pi$ ③ $\dfrac{5}{2}\pi$ ④ $\dfrac{7}{2}\pi$ ⑤ $\dfrac{9}{2}\pi$

**20.** 함수 $f(x)=\sin(\pi\sqrt{x})$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x tf(x-t)dt \quad (x \geq 0)$$

이 $x=a$에서 극대인 모든 $a$를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, $n$번째 수를 $a_n$이라 하자.
$k^2 < a_6 < (k+1)^2$인 자연수 $k$의 값은? [4점]

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

**21.** 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=-1, \qquad a_n=2-\frac{1}{2^{n-2}} \ (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 자연수 $n$에 대하여

$$f(x)=\sin(2^n \pi x) \ (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1<\alpha<0$인 실수 $\alpha$에 대하여 $\int_\alpha^t f(x)dx=0$을 만족시키는 $t\,(0<t<2)$의 값의 개수가 103일 때, $\log_2(1-\cos(2\pi\alpha))$의 값은? [4점]

① $-48$ ② $-50$ ③ $-52$ ④ $-54$ ⑤ $-56$

**30.** 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0, \infty)$에서 $g(x) \geq 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x \leq -3$인 모든 실수 $x$에 대하여
> $f(x) \geq f(-3)$이다.
> (나) $x > -3$인 모든 실수 $x$에 대하여
> $g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2 = f'(x)$이다.

$\int_4^5 g(x)dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**20.** 함수 $f(x) = \pi \sin 2\pi x$에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0, 1\}$인 함수 $g(x)$와 자연수 $n$이 다음 조건을 만족시킬 때, $n$의 값은? [4점]

> 함수 $h(x) = f(nx)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고
> $$\int_{-1}^{1} h(x)dx = 2, \quad \int_{-1}^{1} xh(x)dx = -\frac{1}{32}$$
> 이다.

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

**30.** 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi \times f(x))}{x}=0$ |
| (나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다. |

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다.

$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)dx=\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**29.** 세 상수 $a$, $b$, $c$에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $\lim_{x\to -\infty}\frac{f(x)+6}{e^{x}}=1$ |
| (나) $f(\ln 2)=0$ |

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,

$\int_0^{14} g(x)dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $p$, $q$는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

**30.** 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=1$, $\int_1^2 f(x)dx=\frac{5}{4}$
>
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $x \geq 1$인 모든 실수 $x$에 대하여 $g(2x)=2f(x)$이다.

$\int_1^8 xf'(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**30.** 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 양의 실수 $x$에 대하여 $f(x)>0$이다.
>
> (나) 임의의 양의 실수 $t$에 대하여 세 점
> $(0, 0)$, $(t, f(t))$, $(t+1, f(t+1))$
> 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$이다.
>
> (다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}dx=\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**30.** 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 $y$절편을 $g(t)$라 하자. 모든 실수 $t$에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\} = 2t$$

이고, $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}$, $f(1) = 4+\frac{\ln 17}{8}$ 일 때, $2\{f(4)+f(-4)\} - \int_{-4}^{4} f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]

**30.** 상수 $a,\ b$에 대하여 함수 $f(x)=a\sin^3 x+b\sin x$가

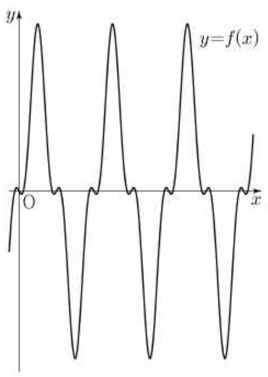
$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2},\ f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수 $t\,(1<t<14)$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 $x$좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, $n$번째 수를 $x_n$이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f'(x_n)}\,dt$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{101} c_n = p+q\sqrt{2}$ 일 때, $q-p$의 값을 구하시오.

(단, $p$와 $q$는 유리수이다.) [4점]



**30.** 실수 $t$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} 1-|x-t| & (|x-t| \le 1) \\ 0 & (|x-t|>1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 $k$에 대하여 함수

$$g(t)=\int_{k}^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $g(t)$가 $t=\alpha$에서 극소이고 $g(\alpha)<0$인 모든 $\alpha$를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\cdots$, $\alpha_m$ ($m$은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i=45$이다.

$k-\pi^2\sum_{i=1}^{m}g(\alpha_i)$의 값을 구하시오. [4점]