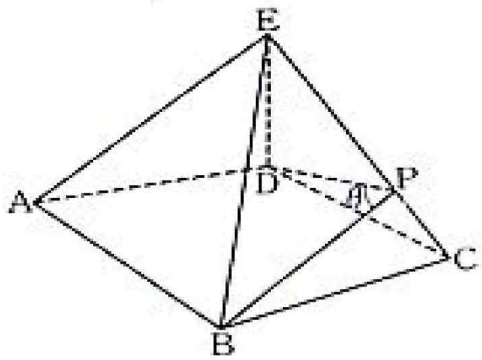
#1 1994년 1차

15. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1인 정사각뿔이 있다. 모서리 EC위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle BPD=\theta$라 할 때, $\cos\theta$의 최댓값과 최솟값의 합은?



#12 2003년

14. n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

<보기>

ㄱ. $\log_2(n+3) > \log_2(n+2)$

ㄴ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$

ㄷ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#13 2004년 6월 모의고사

14. 다음은 제 1행에 두 개의 1을 나열하고, 제 $n+1$행에는 제 n행의 수를 나열한 뒤 그 각각의 수 사이에 양쪽 두 수의 합을 추가하여 나열한 것이다. 예를들면, 제 3행은 제 2행의 1과 2 사이에 $1+2=3$을, 2와 1 사이에 $2+1=3$을 추가하여 나열한 것이다. 이때, 제 7행의 31번째에 나타나는 수는?

(제 1 행)	1 1
(제 2 행)	1 2 1
(제 3 행)	1 3 2 3 1
(제 4 행)	1 4 3 5 2 5 3 4 1
⋮	⋰ ⋮ ⋱

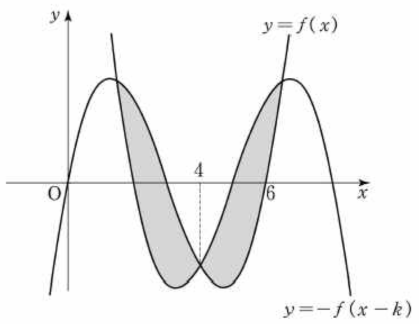
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

#21 2006년 9월 모의고사

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=f(6)=0$
> (나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$, $(\gamma, f(\gamma))$ (단, $\alpha<\beta<\gamma$)에서 만나면 k의 값에 관계없이 $\int_{\alpha}^{\gamma}\{f(x)+f(x-k)\}dx=0$이다.

함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x좌표의 값이 4일 때, $\int_0^k f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]



#22 2006년

20. 함수 $f(x)=x^3$의 그래프를 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동시켰더니 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되었다.

$$g(0)=0 \text{ 이고 } \int_a^{3a} g(x)ax-\int_0^{2a} f(x)ax=32$$

일 때, a^4의 값을 구하시오. [3점]

#23 2007년 6월 모의고사

10. 두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [4점]

> (가) $f_1(0)=0$, $f_2(0)=0$
> (나) $f_i'(0)=\lim_{x\to 0}\dfrac{f_i(x)+2kx}{f_i(x)+kx}$ $(i=1,\ 2)$
> (다) $y=f_1(x)$와 $y=f_2(x)$의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

#24 2007년 9월 모의고사

8. 양수 a에 대하여 삼차함수 $f(x)=-x(x+a)(x-a)$의 극대점의 x좌표를 b라 하자.

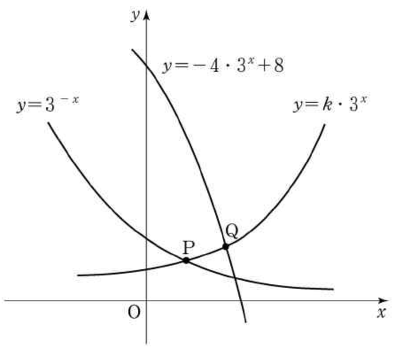
$$\int_{-b}^{a} f(x)\,dx=A, \qquad \int_{b}^{a+b} f(x-b)\,dx=B$$

일 때, $\int_{-b}^{a}|f(x)|\,dx$의 값은? [3점]

① $-A+2B$　② $-2A+B$　③ $-A+B$　④ $A+B$　⑤ $A+2B$

#25 2007년

25. 함수 $y=k\cdot 3^x(0<k<1)$의 그래프가 두 함수 $y=3^{-x}$, $y=-4\cdot 3^x+8$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의 x좌표의 비가 $1:2$일 때, $35k$의 값을 구하시오. [4점]



7. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} 1-x & (x<0) \\ x^2-1 & (0\leq x<1) \\ \dfrac{2}{3}(x^3-1) & (x\geq 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

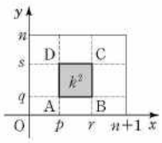
<보 기>

ㄱ. $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.
ㄴ. $|f(x)|$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄷ. $x^k f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하도록 하는 최소의 자연수 k는 2이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#29 2009년 6월 모의고사

12. 자연수 n과 $0 \le p < r \le n+1$, $0 \le q < s \le n$을 만족시키는 네 정수 p, q, r, s에 대하여 좌표평면에서 네 점 $\mathrm{A}(p,\ q)$, $\mathrm{B}(r,\ q)$, $\mathrm{C}(r,\ s)$, $\mathrm{D}(p,\ s)$를 꼭짓점으로 하고 넓이가 k^2인 정사각형의 개수를 a_k라고 하자. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} a_k$의 값을 구하는 과정이다. (단, k는 n 이하의 자연수이다.)



> 그림과 같이 넓이가 k^2인 정사각형 ABCD를 만들 때, 두 점 A, B의 y좌표가 주어지면 x좌표의 차가 $r-p=k$인 변 AB를 택하는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$이다. 또 두 점 A, D의 x좌표가 주어지면 y좌표의 차가 $s-q=k$인 변 AD를 택하는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$이다. 따라서
>
> $a_k=(n+1)(n+2)-(2n+3)k+k^2$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n}\{(n+1)(n+2)-(2n+3)k+k^2\}$$
> $$= \boxed{(다)}$$

(가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
②	$n-k+2$	$n-k+1$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
③	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
④	$n-k+2$	$n-k+1$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
⑤	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$

17. 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+2)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라고 하자. $m>2$인 자연수 m에 대하여 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+m)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 $\mathrm{C}(p,\ q)$, $\mathrm{D}(r,\ s)$라고 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작고 $p<r$이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $p<-\frac{1}{3}$, $r>\frac{1}{2}$

ㄴ. 직선 AB의 기울기와 직선 CD의 기울기는 같다.

ㄷ. 점 B의 y좌표와 점 C의 y좌표가 같을 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CBD의 넓이는 같다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#30 2009년 9월 모의고사

22. 수열 $\{a_n\}$의 제 n항 a_n을 자연수 k의 양의 제곱근 $\sqrt{k}$를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 n이 되는 k의 개수라 하자. $\sum_{i=1}^{10} a_i$의 값을 구하시오. [4점]

#32 2010년 6월 모의고사

24. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a\,(a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

#33 2010년 9월 모의고사

24. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하시오. [4점]

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2,\ f(2))$에서 직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

#34 2010년

8. 실수 a에 대하여 집합

$$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{a\to 0} f(a)=f(0)$
ㄴ. $\lim_{a\to c+0} f(a) \neq \lim_{a\to c-0} f(a)$인 실수 c는 2개이다.
ㄷ. 함수 $f(a)$가 불연속인 점은 3개이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 $t\ (t \geqq -1)$에 대하여 $-1 \leqq x \leqq t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자. $\int_{-1}^{1} g(t)\,dt = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#36 2011년 9월 모의고사

16. 함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2\ (a>0)$과 실수 t에 대하여, $x \leqq t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

#37 2011년

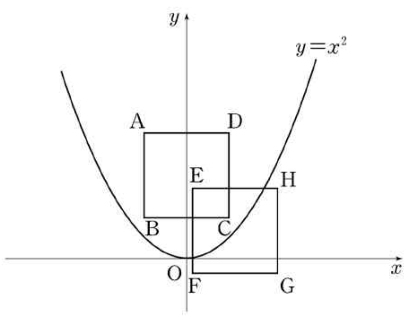
24. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를

$$S=\{a \mid \text{함수 } |f(x)-t| \text{가 } x=a \text{에서 } \underline{\text{미분가능하지 않다.}}\}$$

라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. [4점]

#38 2012년 6월 모의고사

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0,\ 1)$이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y=x^2$ 위에 있다. 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은? (단, 정사각형의 모든 변은 x축 또는 y축에 평행하다.) [4점]



① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

#40 2012년

30. 자연수 a, b에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$과 곡선 $y=b^x$이 직선 $x=t\,(t \geq 1)$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4$, $b=5$는 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

> (가) $2 \leq a \leq 10$, $2 \leq b \leq 10$
> (나) $t \geq 1$인 어떤 실수 t에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}} \leq 10$이다.

19. 실수 m에 대하여 점 $(0, 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty, a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은? [4점]

① -3 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 6

#41 2013년 6월 모의고사

21. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$과 실수 m에 대하여 함수 $g(x)$를

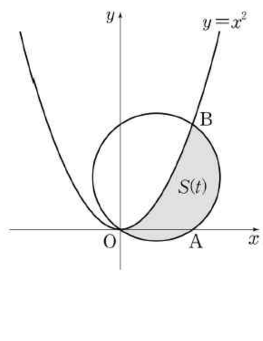
$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m의 값은? [4점]

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

#42 2013년 9월 모의고사

29. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$과 양수 t에 대하여 세 점 O(0, 0), A(t, 0), B(t, t^2)을 지나는 원 C가 있다. 원 C의 내부와 부등식 $y \leq x^2$이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(1)=\frac{p\pi+q}{4}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 정수이다.) [4점]

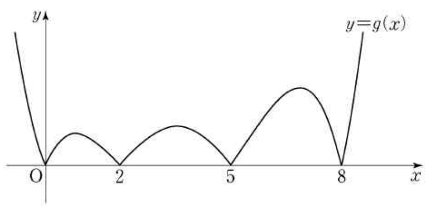


#43 2013년

19. 삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f'(0)<0$

ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$ 을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#44 2014년 6월 모의고사

16. 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3$ 위의 점 $(t,\ t^3)$과 직선 $y=x+6$ 사이의 거리를 $g(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $g(t)$는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#45 2014년 9월 모의고사

21. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

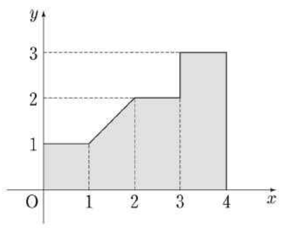
$$f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty,\ 0)$에서 감소하고 구간 $(2,\ \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 $a,\ b$의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은? [4점]

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

#46 2014년 예비평가

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0,\ 0)$, $(t,\ 0)$, $(t,\ t)$, $(0,\ t)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자.



열린 구간 $(0,\ 4)$에서 함수 $f(t)$가 미분가능하지 않은 모든 t의 값의 합은? [4점]

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

#47 2014년

[13~14] 자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 수열 $\{a_n\}$이 $a_n=f(6^n)-f(3^n)$일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 값은? [3점]

① $120(\log_2 3-1)$　② $105\log_3 2$　③ $105\log_2 3$
④ $120\log_2 3$　⑤ $120(\log_3 2+1)$

14. 20 이하의 두 자연수 $m,\ n$에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는? [4점]

① 220　② 230　③ 240　④ 250　⑤ 260

21. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=2$
> (나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, $a,\ b$는 상수이다.) [4점]

① 21　② 24　③ 27　④ 30　⑤ 33

28. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$이다.
(나) 모든 정수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx=a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오. [4점]

#48 2015년 6월 모의고사

21. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) $\lim_{x \to n} \frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2) \quad (n=1, 2, 3, 4)$

$g(5)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

#49 2015년 9월 모의고사

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

#50 2015년

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은? [4점]

> (가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
> (나) $f(0)=f'(0)$
> (다) $x \geq -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

#51 2016년 6월 모의고사

21. 자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

> (가) $f(n)=0$
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

#52 2016년 9월 모의고사

21. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30, \quad y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to+0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to-0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은? [4점]

① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

#53 2016년

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x), \quad g(-x)=g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)\,dx=10$$

일 때, $h(3)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은? [4점]

> (가) 함수 $|f(x)|$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.
> (나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌 구간 $[3, 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\dfrac{1}{15}$　② $\dfrac{1}{10}$　③ $\dfrac{2}{15}$　④ $\dfrac{1}{6}$　⑤ $\dfrac{1}{5}$

#54 2017년 6월 모의고사

20. 첫째항이 a인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+(-1)^n\times 2 & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n+1 & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

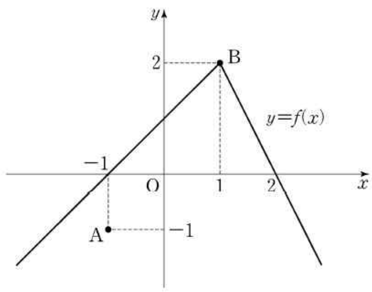
를 만족시킨다. $a_{15}=43$일 때, a의 값은? [4점]

① 35　② 36　③ 37　④ 38　⑤ 39

29. 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 A$(-1, -1)$, B$(1, 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x, f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오. [4점]



30. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고 $0<b-a\le\frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

#55 2017년 9월 모의고사

20. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다. (나) $f'(-3)=f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

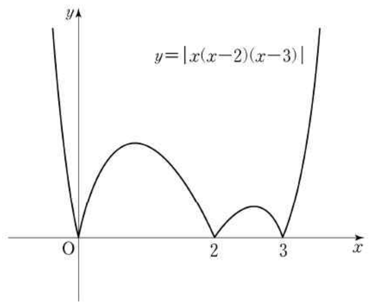
<보 기>
ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다. ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다. ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다. (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $\lvert x(x-2)(x-3)\rvert$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

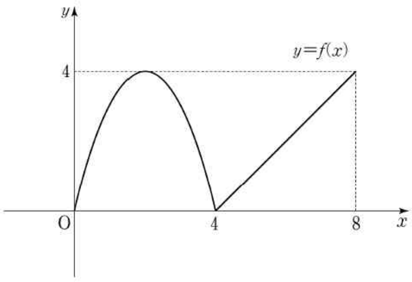
① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



29. 구간 $[0, 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a\,(0 \le a \le 4)$에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)\,dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



#56 2017년

18. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha-\beta|$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.)
(나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여
$$\int_0^t |f'(x)|\,dx = f(t)+f(0)$$
이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x)\,dx < 0$
ㄴ. $0 < k \le 1$
ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f' \circ g)(x)$가 닫힌 구간 $[0, 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오. [4점]

#57 2018년 6월 모의고사

20. 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1 \ (k>0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

29. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$$b_1=a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} b_{n-1}+a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1}-a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10}=a_{10}$일 때, $\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
(나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오. [4점]

#58 2018년 9월 모의고사

19. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1=a_2=1$, $b_1=k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=(a_{n+1})^2-(a_n)^2, \qquad b_{n+1}=a_n-b_n+n$$

을 만족시킨다. $b_{20}=14$일 때, k의 값은? [4점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

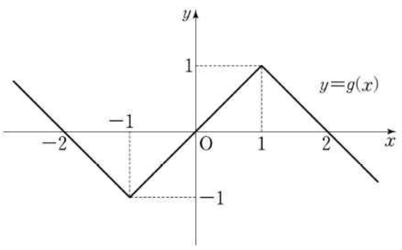
21. 실수 a, b, c와 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ bx & (-1\le x<1) \\ x+c & (x\ge 1) \end{cases},$$

$$g(x)=|x+1|-|x-1|-x$$

에 대하여, 합성함수 $g\circ f$는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$의 값은? [4점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2



29. 두 삼차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$가 $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $f'(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

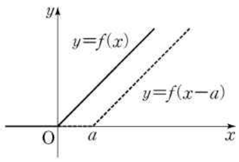
30. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

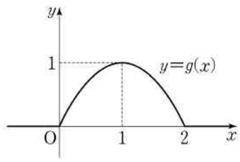
$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x\le 0) \\ x & (x>0) \end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} x(2-x) & (|x-1|\le 1) \\ 0 & (|x-1|>1) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 k, a, b $(a<b<2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$일 때, $\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b에 대하여 $60(k+a+b)$의 값을 구하시오. [4점]





#59 2018년

29. 두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le a)\\(x-1)^2(2x+1) & (x>a)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}0 & (x\le k)\\12(x-k) & (x>k)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\frac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $\frac{x}{f(x)}$는 $x=1$, $x=2$에서 불연속이다.
> (나) $\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{x-2}=4$

$f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

#60 2019년 6월 모의고사

21. 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(-1)>-1$
> (나) $f(1)-f(-1)>8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\ge0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 함수

$$f(x)=\begin{cases}ax+b & (x<1)\\cx^2+\frac{5}{2}x & (x\ge1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x좌표가 각각 -1, 1, 2일 때, $2a+4b-10c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

30. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여
$\sum_{k=1}^{n} f(k) = f(n)f(n+1)$이다.
(나) $n=3$, 4일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

#61 2019년 9월 모의고사

21. 사차함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$에 대하여 $x \geq 0$에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t)-|f(t)|\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x<1$에서 $g(x)=c_1$ (c_1은 상수)
(나) $1<x<5$에서 $g(x)$는 감소한다.
(다) $x>5$에서 $g(x)=c_2$ (c_2는 상수)

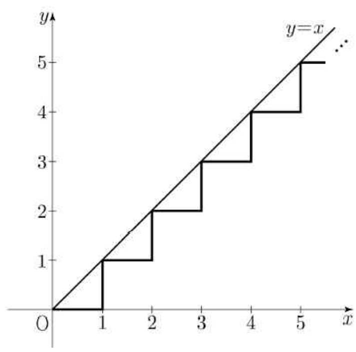
$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

29. 좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

(i) A_0은 원점이다.
(ii) n이 자연수일 때, A_n은 점 A_{n-1}에서 점 P가 경로를 따라 $\frac{2n-1}{25}$만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 점 A_2와 A_6의 좌표는 각각 $\left(\frac{4}{25}, 0\right)$, $\left(1, \frac{11}{25}\right)$이다. 자연수 n에 대하여 점 A_n 중 직선 $y=x$ 위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x좌표를 a라 하자. a의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x)=x$$

의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다.

$$f'(1)<0,\ f'(2)<0,\ f'(0)-f'(1)=6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1<a<2<b$) [4점]

14. 실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\cos^2\left(x-\frac{3}{4}\pi\right)-\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m이다. $k+m$의 값은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

#62 2019년

17. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+4$이다.
(나) $\int_0^6 f(x)dx=0$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
(나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

29. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$
(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(a_n+\lvert b_n\rvert)=67$
(다) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(\lvert a_n\rvert+\lvert b_n\rvert)=81$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
(나) 점 $(2,0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)\le kx-2\le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

#63 2020년 6월 모의고사

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & (x<0)\\ f(x) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>
ㄱ. $g(0)+g'(0)=\dfrac{1}{2}$
ㄴ. $g(1)<\dfrac{3}{2}$
ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\dfrac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

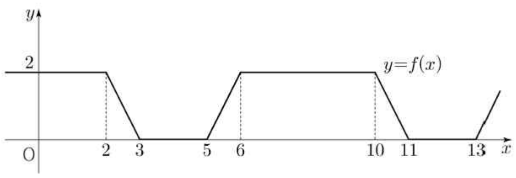
> (가) $f(x)=\begin{cases} 2 & (0 \le x < 2) \\ -2x+6 & (2 \le x < 3) \\ 0 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $f(-x)=f(x)$이고 $f(x)=f(x-8)$이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x}+n & (x \neq 0) \\ n & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 30　② 32　③ 34　④ 36　⑤ 38



28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $4 < a_2 + a_3 \le 12$
>
> (나) $\displaystyle\sum_{k=1}^{m} a_k = 122$

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \ge 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \ge 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

#64 2020년 9월 모의고사

21. 함수 $f(x)=x^3+x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

> <보 기>
>
> ㄱ. 함수 $h(x)$가 $h(x)=(x-1)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.
>
> ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극값 0을 가지면 $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx=-1$이다.
>
> ㄷ. $f(0)=0$이면 방정식 $g(x)=0$은 열린 구간 $(0, 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $3^a = 5^b = k^c$
> (나) $\log c = \log(2ab) - \log(2a+b)$

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

#65 2020년

20. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x \le 0) \\ x-1 & (0 < x \le 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$이다.
ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$이다.
ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$는 $x^2(x-2)^2$으로 나누어떨어진다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{2n} = a_n - 1$
> (나) $a_{2n+1} = 2a_n + 1$

$a_{20} = 1$일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$의 값은? [4점]

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

28. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $$\int_1^x f(t)\,dt = \frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\}$$이다.
> (나) $\int_0^2 f(x)\,dx = 5\int_{-1}^{1} x f(x)\,dx$

$f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

#66 2021년 6월

21. 두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> <보 기>
> ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$
> ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$
> ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30. 이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다.
> (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

#67 2021년 9월

18. 최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)| \le 4x^2+5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \ge g(x)$

(나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$

(다) $f(x)g(x)=(x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

21. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} 2a_n+a_{n+1} & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_n+a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

30. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$

(나) 집합 $\{x \mid x \ge 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$의 값을 구하시오. [4점]

#68 2021년

20. 실수 $a(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x t^2 f(t)\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은? [4점]

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

21. 수열 $\{a_n\}$은 $0<a_1<1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_2\times a_n+1$
(나) $a_{2n+1}=a_2\times a_n-2$

$a_7=2$일 때, a_{25}의 값은? [4점]

① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

30. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases}|f(x)-g(x)| & (x<1)\\ f(x)+g(x) & (x\geq 1)\end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오. [4점]