

#2 거듭제곱근

◆ a 의 n 제곱근

- 실수 a 에 대하여 n 이 2이상의 자연수일 때, n 제곱하여 a 가 되는 수, 즉 방정식 $x^n = a$ 를 만족시키는 수 x 를 a 의 n 제곱근이라고 한다.

※ 복소수의 범위에서 a 의 n 제곱근은 n 개가 있으나 고교 교육과정에서는 a 의 n 제곱근 중에서 실수인 것만 생각하기로 한다.

◆ a 의 n 제곱근 중에서 실수 인 것

	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
n 이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n 이 짝수	$\pm \sqrt[n]{a}$	0	없다.

◆ 거듭제곱근의 성질

$a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 2이상의 자연수일 때,

- $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

※ $(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a^2} = |a|$

※ $a < 0, b < 0$ 이면

$$\sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$$

※ $a < 0, b > 0$ 이면

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$$

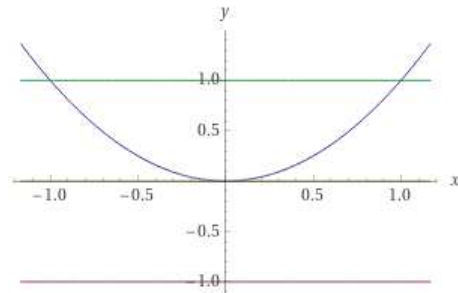
$y = x^{2n}$ (n 은 자연수)의 그래프는 다음과 같으므로

방정식 $x^{2n} = a$ 의 해는

$a < 0$ 일 때, 0개

$a = 0$ 일 때, 1개

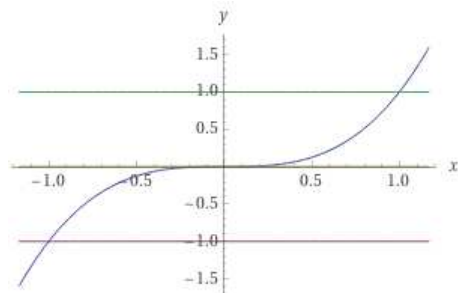
$a > 0$ 일 때, 2개



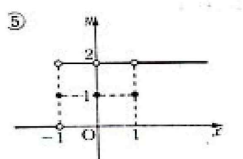
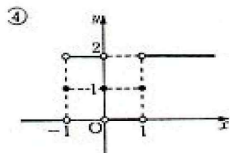
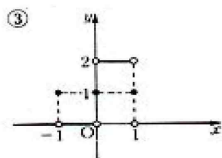
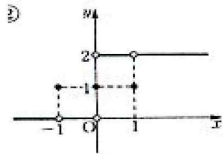
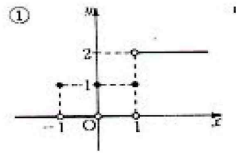
$y = x^{2n+1}$ (n 은 자연수)의 그래프는 다음과 같으므로

방정식 $x^{2n+1} = a$ 의 해는

a 의 부호와 관계없이 항상 1개



15. 실수 x 에 대하여 $t^2 = x^3 - x$ 를 만족시키는 실수 t 의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형은?



26. $1 \leq m \leq 3, 1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[n]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

6. $(\sqrt{2\sqrt[3]{4}})^3$ 보다 큰 자연수 중 가장 작은 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

26. $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여

$(\sqrt[3]{3^3})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오. [4점]

15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $5\log_n 2$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

21. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

11. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때,

$\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57